Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Фізичний факультет
Кафедра ядерної фізики

На правах рукопису

Оцінка центральності в експерименті CBM з використанням моделі Глаубера

Галузь знань: 10. Природничі науки

Спеціальність: 104. Фізика та астрономія

Спеціалізація: Фізика високих енергій

Кваліфікаційна робота магістра

студента 2-го року навчання
Лубинця Олексія Вікторовича
Науковий керівник:
кандидат фіз.-мат. наук
Селюженков Ілля Володимирович
Куратор:
кандидат фіз.-мат. наук
Безшийко Олег Анатолійович.

Робота заслухана на засіданні кафедри ядерної фізики та рекомендована до захисту на ДЕК, протокол №..... від ..... 2019 р.

Завідувач кафедри ядерної фізики, д.ф.-м.н. ..... Каденко І.М.

Київ – 2019

ВИТЯГ

із протоколу №_____

засідання Державної екзаменаційної комісії

Визнати, що студент Лубинець О.В. виконав та захистив кваліфікаційну роботу магістра з оцінкою _____.

Голова ДЕК _____

«____» _____ 2019 р.

Анотація

Лубинець О.В. Оцінка центральності в експерименті СВМ з використанням моделі Глаубера.

Кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 104. Фізика та астрономія, спеціалізація Фізика високих енергій. — Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет, кафедра ядерної фізики. — Київ, 2019.

Науковий керівник: Селюженков І.В.

Розмір та еволюція середовища, утвореного в ході зіткнення важких ядер, залежать від геометрії зіткнення, зокрема від прицільного параметру b, кількості нуклонів-учасників зіткнення N_{part}, кількості нуклон-нуклонних зіткнень N_{coll}. Ці геометричні величини не можуть бути безпосередньо виміряні на експерименті.

У даній роботі було відпрацьовано алгоритм із оцінки центральності подій на експерименті СВМ із використанням моделі Глаубера. Це дає змогу співставити модельні величини (b, N_{part}, N_{coll}) та ті, що вимірюються на експерименті (множинність, енергія фрагментів ядер). Було оцінено центральність *Au-Au* зіткнень при енергії $12A$ ГеВ, розподілено події по класам центральності за множинністю народжених заряджених частинок, визначено середні значення модельних величин у класах центральності.

Ключові слова: зіткнення важких іонів, центральність зіткнення, прицільний параметр, множинність народжених частинок, модель Глаубера.

Аннотация

Лубинец А.В. Оценка центральности в эксперименте CBM с использованием модели Глаубера.

Квалификационная работа магистр по специальности 104. Физика и астрономия, специализация Физика высоких энергий. — Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, физический факультет, кафедра ядерной физики. — Киев, 2019.

Научный руководитель: Селюженков И.В.

Размер и эволюция среды, образованной в ходе столкновения тяжелых ядер, зависят от геометрии столкновения, в частности от прицельного параметра b, количества нуклонов-участников столкновения N_{part}, количества нуклон-нуклонных столкновений N_{coll}. Эти геометрические величины не могут быть непосредственно измерены в эксперименте.

В данной работе был отработан алгоритм оценки центральности событий на эксперименте CBM с использованием модели Глаубера. Это дает возможность сопоставить модельные величины (b, N_{part}, N_{coll}) и измеряемые (множественность, энергия фрагментов ядер). Была оценена центральность *Au-Au* столкновений при энергии $12A$ ГэВ, распределены события по классам центральности по множественности рожденных частиц, определены средние значения модельных величин в классах центральности.

Ключевые слова: столкновения тяжелых ионов, центральность столкновения, прицельный параметр, множественность рожденных частиц, модель Глаубера.

Abstract

Oleksii Lubynets. Centrality estimation in CBM experiment with Glauber model.

Qualifying work of the master on a speciality 104. Physics and astronomy, specialization High energy physics. — Taras Shevchenko National University of Kyiv, Faculty of Physics, Department of Nuclear Physics. — Kyiv, 2019.

Research supervisor: Ilya Selyuzhenkov.

The size and evolution of the medium produced in heavy ions collision depend on the collision geometry, in particular on impact parameter b, number of nucleons-participants of the collision N_{part} and number of nucleon-nucleon collisios N_{coll}. These geometric values cannot be measured directly in the experiment.

In this work the Glauber-model-based algorithm of centrality estimation at the CBM experiment was performed. It gives possibility to map model quantities (b, N_{part}, N_{coll}) and measurables (multiplicity, spectators energy). Centrality of *Au-Au* collisions at $12A\ GeV$ was estimated, the events were classified into centrality classes, average values of model quantities in centrality classes were evaluated.

Keywords: heavy ions collisions, centrality, impact parameter, multiplicity of produced particles, Glauber model.

Зміст

1. Вступ **7**

2. Експеримент CBM **9**

2.1. Установа з вивчення антипротонів та іонів (FAIR) 9

2.2. CBM експеримент 10

2.3. Кремнієва трекова система 11

2.4. Мікровершинний детектор 11

2.5. Інші компоненти експерименту CBM 13

2.6. Онлайн-відбір подій 15

3. Модель Глаубера **16**

3.1. Вхідні параметри моделі Глаубера 16

3.2. Оптичне наближення 17

3.3. Застосування метода Монте-Карло до моделі Глаубера 20

3.4. Інструментарій моделі Глаубера 21

4. Методика визначення центральності **22**

4.1. Фітування розподілу множинності 24

4.2. Опис робочого середовища 26

4.3. Перевірка самоузгодженості алгоритму 27

5. Оцінка цетральності **30**

5.1. Фітування множинності заряжених частинок 30

5.2. Розподіл подій по класам центральності 32

5.3. Середні значення модельних величин у класах центральності . . 34

5.4. Аналіз результатів 37

Висновки **38**

1. Вступ

Високоенергетичні експерименти з важкими іонами використовуються для дослідження сильно взаємодіючої матерії при екстремальних умовах. Вважається, що така матерія існувала у ранньому Всесвіті та існує зараз в таких екзотичних масивних об'єктах як нейтронні зірки. Рис. 1.1 ілюструє можливі фази ядерної матерії ті їхні границі на діаграмі «температура – баріонний хімічний потенціал». Баріонний хімічний потенціал пропорційний чистій баріонній густині (англ. net baryon density), яка, на відміну від звичайної баріонної густини, дорівнює кількості баріонів мінус кількість антибаріонів на одиницю об'єму.

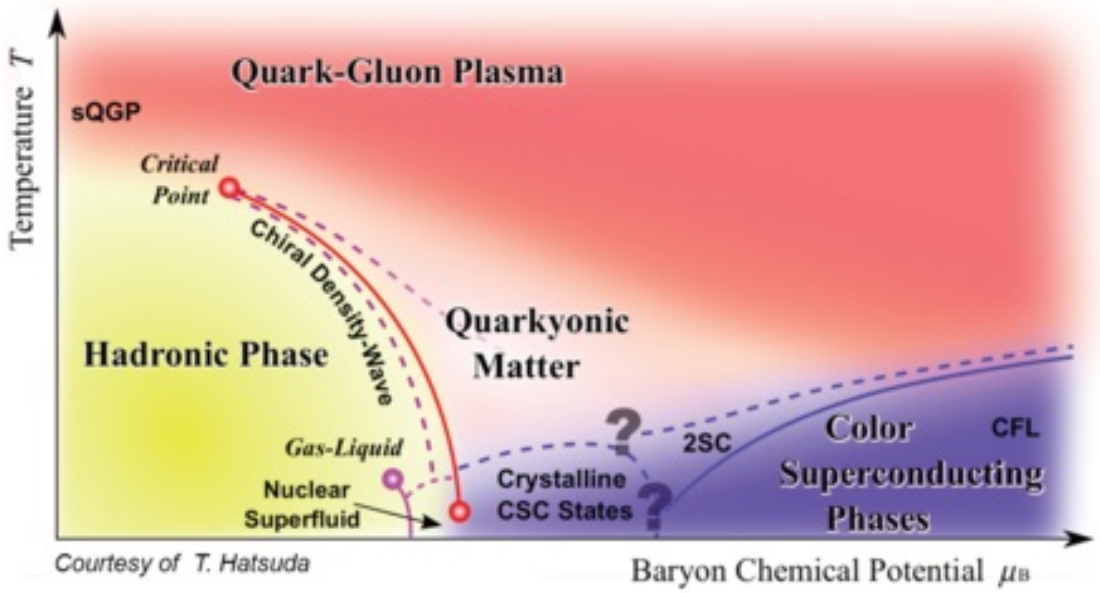

Рис. 1.1. Фазова діаграма ядерної матерії

На Релятивістському Коллайдері Важких Іонів (Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC) у Брукхевенській Національній Лабораторії було зроблено перспективні спостереження, що підтверджують модель партонних ступенів вільності в ранній фазі еволюції системи ядер, що зіткнулися (англ. fireball). Подібні дослідження робляться при ще більших енергіях на Великому Адрон-

ному Коллайдері (LHC) в CERN. Мета експериментів на RHIC та LHC – дослідження властивостей матерії при надзвичайно високих температурах та майже нульовій чистій баріонній густині. Це область фазової діаграми, де сучасні розрахунки граткової квантової хромодинаміки передбачають плавний перехід від адронної до партонної матерії з критичною температурою в межах від 150 МеВ до 190 МеВ.

Навпаки, при високій чистій баріонній густині та низьких енергіях, очікується, що між адронною та партонною матерією наявний фазовий перехід першого роду. Експериментальне дослідження цієї області фазової діаграми має бути головним проривом у розумінні властивостей ядерної матерії. Також є важливою експериментальна інформація про властивості адронів в густій матерії, яка має пролити світло на відновлення кіральної симетрії та походження маси адронів. [1]

2. Експеримент CBM

2.1. Установа з вивчення антипротонів та іонів (FAIR)

Область фазової діаграми з високими баріонними густинами може бути досягнена у зіткненнях важких іонів з помірними енергіями на Суперпротонному синхротроні (SPS) в CERN та на Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) у Дармштадті, Німеччина. Дослідницька програма Compressed Baryonic Matter (CBM) експерименту сфокусована на зондуванні ранньої та густої фази еволюції матерії. FAIR – міжнародний проект прискорювального комплексу нового покоління (рис. 2.1). Він базується на вже існуючих прискорювальних лініях (синій колір) та передбачає їхню модернізацію та оновлення а також побудову нових прискорювальних ліній (червоний колір). Експериментальний комплекс включає наступні елементи:

- секція вивчення атомної фізики та фізики плазми (Atomic, Plasma Physics and Applications - APPA);
- секція вивчення структури ядра, астрофізики та ядерних реакцій (Nuclear Structure, Astrophysics and Reactions - NUSTAR);
- експеримент з вивчення антипротонної анігіляції (antiProton ANnihilation at DArmstadt - PANDA);
- експеримент із стисненою баріонною матерією (Compressed Baryonic Matter - CBM).

SIS-100 - синхротрон важких іонів (нім. Schwerionen Synchrotron), на якому і розташований CBM-експеримент. FAIR – прискорювальний комплекс, що характеризується надзвичайно високими інтенсивностями для протонів, середніх та важких ядер:

- до 10^9 c^{-1} для Au (Z/A = 0.4) з енергією до 12 ГеВ / нуклон;

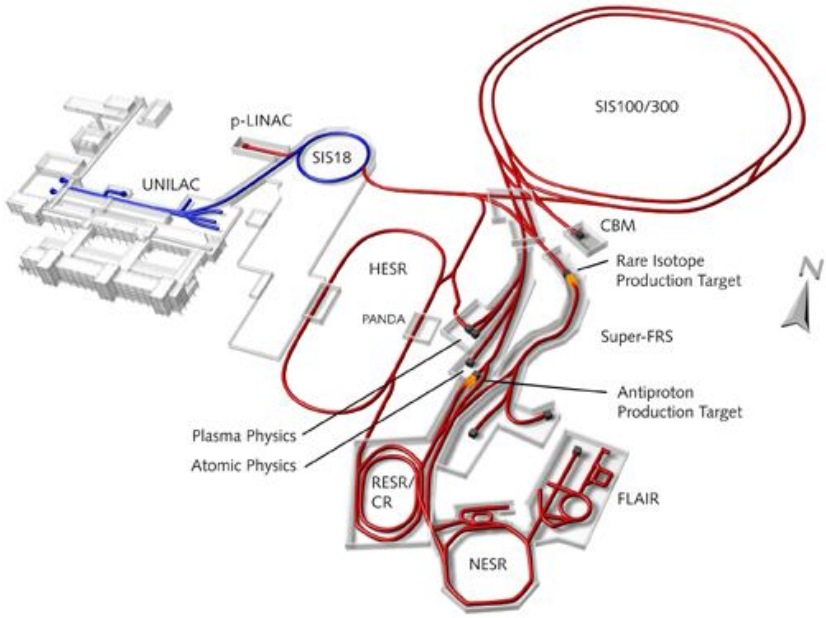

Рис. 2.1. Установа з вивчення антипротонів та іонів

- до 10^9 c^{-1} для C, Ni і т. д. (Z/A = 0.5) з енергією до 14 ГеВ / нуклон;
- до 10^{11} c^{-1} для протонів з енергією до 29 ГеВ.

2.2. CBM експеримент

Мета CBM-експерименту полягає у вимірюванні множинностей, розподілу по фазовому простору та потоків протонів, піонів, каонів, гіперонів, адронних резонансів, легких векторних мезонів, чармонію та відкритої чарівності. Технічний виклик CBM-експерименту полягає в одночасній ідентифікації адронів та лептонів при інтенсивності пучка до 10 МГц із множинністю народження заряджених частинок до 1000 на подію. Такі виміри не можуть бути проведені із використанням часопроекційних камер та вимагають використання надзвичайно швидкого та витривалого до іонізуючого випромінювання детектора. Більш того, експеримент повинен забезпечувати ідентифікацію лептонів, визначення вторинної вершини з високою роздільною здатністю та високошвидкісну тригерну систему та систему збору даних. CBM-детектор буде

здатний вимірювати і електрони з мюонами. Такий підхід поєднує переваги обох методів та гарантує надійність результатів у випадку, якщо результати будуть узгоджуватися один з одним, незважаючи на різні джерела фону.

2.3. Кремнієва трекова система

Серцем експерименту є кремнієва трекова система (Silicon Tracking System, STS), встановлена у дипольний магніт. Завдання STS – забезпечити реконструкцію треків та визначення імпульсів заряджених частинок. STS складається з 8 шарів легких кремнієвих мікросмужкових детекторів (сині та фіолетові прямокутники на рис. 2.2), що розташовані за мішенню на відстанях від 30 до 100 см. Роздільна здатність по імпульсу складатиме близько 1% при енергіях в межах від 100 МеВ до 10 ГеВ. Концепція трекінга STS основана на кремнієвих мікросмужкових детекторах на легких механічних опорах. Дані будуть зчитуватися за допомогою багатоканальних мікро-кабелів із швидкою електронікою на периферії кремнієвих станцій, де будуть розташовані охолоджуючі лінії та інша інфраструктура. Мікросмужкові датчики будуть двосторонніми з просторовим кутом 15°, кроком смуги 60 мкм, довжиною смуги в межах від 20 до 60 мм та товщиною 250-300 мкм. Мікро-кабелі будуть зроблені з поліімід-алюмінієвих шарів товщиною в декілька десятків мікрометрів. Типова роздільна здатність хіта складатиме близько 25 мкм. [2]

2.4. Мікровершинний детектор

Ідентифікація частинок з невеликим часом життя (D-мезони, наприклад) вимагає мікровершинного детектора в додаток до STS (Micro-Vertex Detector, MVD). MVD складається з 4 шарів надтонких та високо-зернистих монолітних активних кремнієвих піксельних сенсорів (Monolithic Active silicon Pixel Sensors, MAPS), які розташовані близько до мішені (чотири зелені прямокутники всередині напівпрозорої червоної комірки на рис. 2.2). Мікровер-

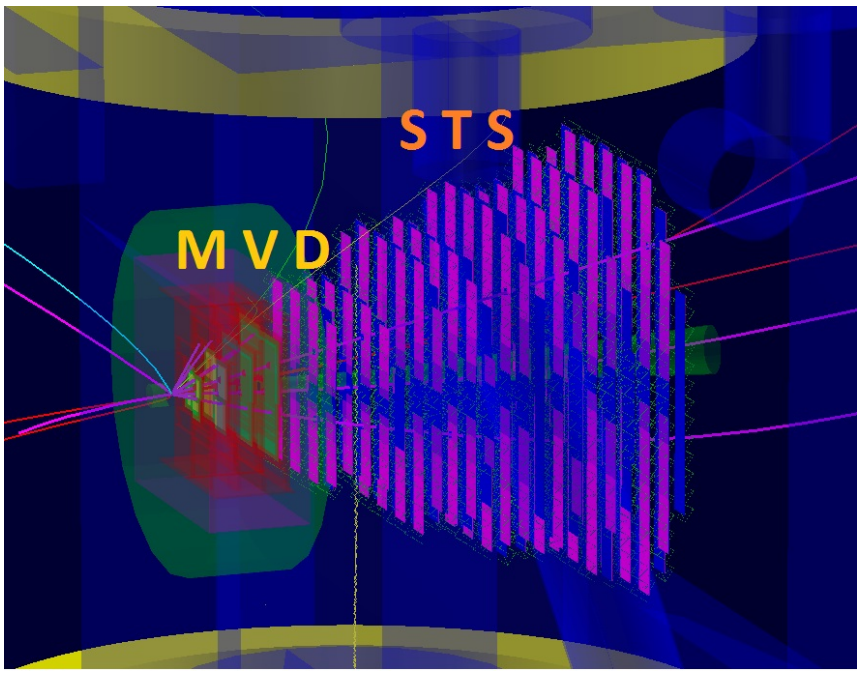

Рис. 2.2. Реконструйовані треки в детекторній системі

шинний детектор не може бути розташований поза вакуумною променевою трубкою (англ. beam pipe), оскільки тоді б частинки, що народжуються в результаті зіткнення, перетинали б стінки трубки (до того ж, під гострим кутом), розсіювалися б на ньому, і це призводило б до погіршення роздільної здатності мікровершинного детектора. А саме висока роздільна здатність і є головною вимогою до MVD. Тому мікровершинний детектор працює у вакуумі (зеленим кольором на рис. 2.2 показано променеву трубку та її утовщення в місці розташування MVD). Зазначимо, що забезпечення роботи MVD у вакуумі являє собою складну інженерну задачу.

Щоб подавити комбінаторний фон, потрібно визначити вторинну вершину розпаду частинки з дуже великою точністю. Це завдання вимагає детектора з надзвичайно високою роздільною здатністю та низьким вмістом матеріалу, щоб зменшити багатократне розсіяння. Таким детектором є MAPS. Розмір пікселів повинен бути від 25×25 мкм^2 до 40×40 мкм^2. Він дозволяє визначити вторинну вершину з точністю близько 50-70 мкм вздовж осі пучка та близько 3 мкм в площині, перпендикулярній осі пучка.

2.5. Інші компоненти експерименту CBM

Кільцевий детектор Черенковського випромінювання (Ring Imaging Cherenkov Detector, RICH) слугує для ідентифікації електронів та подавлення фону від піонів при імпульсах до 8 ГеВ. Він складатиметься з газового балону довжиною 2.9 м, заповненого азотом в якості радіатора, дзеркала з радіусом кривини 4.5 м та товщиною 3 мм та двох фотодетекторних панелей (кожна 1.7×0.7 м^2), які складаються з мульти-анодних фотопомножувачів Хамамацу. Використання кільцевого Черенковського детектора дозволяє одночасно вимірювати відкриту чарівність та легкі векторні мезони та розпад J/ψ по дилептонному каналу.

Детектор перехідного випромінювання (Transition Radiation Detector, TRD) слугує для ідентифікації електронів та позитронів з імпульсами більше 1.5 ГеВ ($\gamma > 1000$) та для відстеження сліду частинки від STS до TOF (Time-Of-Flight detector). Частинка залишає 4 хіти в TRD, які дозволяють відстежити трек з більшою точністю.

Мюонні камери. Мюони будуть вимірюватися за допомогою активних адронних поглиначів, що складаються з шарів заліза та мюонних трекових камер (англ. muon tracking chambers, MuCh). Експериментальний виклик для мюонних вимірів при енергіях FAIR полягає в ідентифікації мюонів з низькими імпульсами у середовищі з великою густиною частинок. Тому розвиток мюонного детектора концентрується на розробці швидкісних та високогранульованих газових детекторів. Для мюонних вимірювань MuCh буде розташований на місці RICH.

Резистивні плоскі камери. Набір резистивних плоских камер (Resistive Plate Chambers, RPC) використовується для ідентифікації заряджених адронів за допомогою TOF-вимірювань. (TOF - time of flight - метод часу

прольоту). TOF розташований в 6 метрах від мішені та покриває активну площу 120 м^2. Очікувана роздільна здатність по часу складає близько 80 пс. Розробка RPC зосереджена на високошвидкісних можливостях, матеріалах з низьким питомим опором та довготерміновій стабільності.

Електромагнітний калориметр. Установка доповнена електромагнітним калориметром (ECAL), що надає інформацію про фотони та нейтральні частинки, та детектором для спостереження за налітаючою частинкою (англ. Projectile Spectator Detector, PSD), потрібним для визначення центральності зіткнення та орієнтації площини реакції. ECAL складатиметься з модулів із 140 шарів свинцю та сцинтилятора по 1 мм товщиною кожний, з розмірами комірок 3×3 см^2, 6×6 см^2, 12×12 см^2.

В таблиці 1 показано, які компоненти CBM-установки використовуються для реєстрації яких частинок. Позначка (+) означає, що даний елемент детекторної системи може бути використаний для подавлення фону.

Табл. 1. Спостережувані частинки та елементи детекторної системи.

	MVD	STS	RiCH	MuCh	TRD	RPC	ECal	PSD
$\pi,\ K,\ p$		+	(+)		(+)	+		+
Гіперони		+			(+)	(+)		+
Відкрита чарівність	+	+	(+)		(+)	(+)		+
Електрони	+	+	+		+	+		+
Мюони		+		+		(+)		+
Фотони							+	+
Фотони через e^+e^- конверсію	+	+	+		+	+		+

2.6. Онлайн-відбір подій

CBM-експеримент розрахований на інтенсивності подій порядку 10 МГц, що відповідає потоку 10^9 іонів за секунду та долі іонів, що провзаємодіяли, 1%. Якщо швидкість архівації покласти рівною 1 Гб/с та об'єм події 40 кб, то прийнятна інтенсивність збору даних складатиме 25 кГц. Тому виміри при інтенсивностях порядку 10 МГц потребують алгоритмів для відбору подій в режимі онлайн, що зменшують фон подій у 400 або більше разів. Системи відбору подій базуватимуться на швидкій онлайн-реконструкції, що перебігатиме на комп'ютерних фермах з багатоядерними процесорами. Реконструкція треків, що є найбільш трудомісткою стадією реконструкції події, основана на паралельному пошуку треків та алгоритмах фітингу, запроваджених в методі Фільтру Калмана [3]. Найвищий показник подавлення фону має бути досягнутий для J/ψ частинок.

3. Модель Глаубера

Зіткнення ультрарелятивістських ядер супроводжується народженням великої кількості різноманітних частинок. В центральному зіткненні двох ядер народжуються тисячі частинок, формуючи складний, у порівнянні з протон-протонним зіткненнями, вид подій. Далі постає природнє питання, скільки нуклонів залучено в кожен етап зіткнення, або в конкретно відібраній події. Також цікаво розглянути інші способи охарактеризувати ядра, що зіткаються, наприклад, за їхньою формою.

Ця проблема може здаватися нерозв'язною - з фемтоскопіческімі масштабами взаємодії, при яких неможливо безпосереднє спостереження прицільного параметра (b), числа нуклонів, що беруть участь у зіткненні (N_{part}), або подвійних нуклон-нуклонних зіткнень (N_{coll}). Були розвинені теоретичні методи, що дозволяють зробити оцінку цих величин по експериментальним даним. Ці методи, які розглядають багатократне розсіяння нуклонів в ядерних мішенях, називаються моделлю Глаубера, по імені їх автора Роя Глаубера. Глаубер використовував квантово-механічну теорію розсіяння для складних систем, описуючи нетривіальні ефекти, виявлені в поперечних перетинах для протон- ядерних (p + A) і ядро-ядерних (A + B) зіткненнях.

3.1. Вхідні параметри моделі Глаубера

У всіх розрахунках геометричних параметрів з використанням моделі Глаубера частина експериментальних даних повинна бути надана в якості вхідних параметрів моделі. Двома найбільш важливими з них є густина ядерного заряду, яка вимірюється в низькоенергетичних експериментах по розсіянню електронів, та енергетична залежність непружніх протон-протонних зіткнень.

Ядерна густина. Густина нуклонів зазвичай записується в параметричної формі як розподіл Фермі з трьома параметрами (Потенціал Саксона-Вудса):

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + \omega(r/R)^2}{1 + exp(\frac{r-R}{a})} \tag{3.1}$$

де ρ_0 відповідає густині нуклонів у центрі ядра, R відповідає радіусу ядра, a - товщина поверхневого шару ядра, ω характеризує відхилення ядра від сферичної форми.

Переріз непружніх нуклон-нуклонних зіткнень. У зв'язку з високою енергією ядерного зіткнення, основний інтерес, як правило, зосереджений в багаточасткових нуклон-нуклоних процесах. Використовуючи теорію збурень квантової хромодинаміки (КХД), неможливо обчислити, як переріз залежить від процесів з низькою передачею імпульсу. Таким чином, виміряні перерізи σ_{inel}^{NN} непружніх нуклон-нуклонних зіткнень використовуються в якості вхідних параметрів і є єдиною нетривіальною залежністю від енергії пучка для розрахунків Глаубера.

3.2. Оптичне наближення

Модель Глаубера розглядає зіткнення двох ядер в умовах індивідуальної взаємодії складових ядра - нуклонів. Модель передбачає, що при досить високих енергіях, ці нуклони будуть мати достатній імпульс і не будуть суттєво відхилятися, як би проходячи один через одного. Також передбачається, що нуклони в ядрі рухаються незалежно і що розмір ядра великий у порівнянні з масштабами сил нуклон-нуклонної взаємодії.

На рис. 3.1 два важких іона, мішень A і снаряд B, зіткаються з релятивістськими швидкостями і прицільним параметром b (для експериментів із зустрічними пучками, для зручності розрізняють ядро-снаряд і ядро-мішень).

Розглянемо два елементарних об'єми, розташованих на відстані $\vec{s}$ від центру ядра-мішені і відстані $\vec{s} - \vec{b}$ від центру снаряда. При зіткненні ці об'єми перекриваються. Імовірність, що даний нуклон знаходитися в елементарному об'ємі мішені, дорівнює:

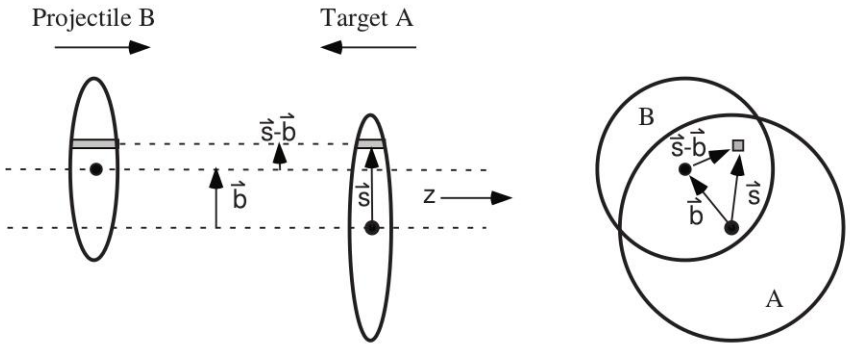

Рис. 3.1. Схематичне представлення геометрії оптичної моделі Глаубера, поперечний та поздовжній вигляд

$$\hat{T}_A(\vec{s}) = \int \hat{\rho}_A(\vec{s}, z_A) dz_A, \tag{3.2}$$

де $\hat{\rho}_A(\vec{s}, z_A)$ є імовірність знаходження нуклона в точці $(\vec{s}, z_A)$ на одиницю об'єма, нормована на одиницю. Для нуклона-снаряда маємо аналогічний вираз. $\hat{T}_A(\vec{s})\hat{T}_B(\vec{s} - \vec{b})d^2s$ діє повну імовірність на одиницю площі знаходження нуклона у відповідному перекритті об'ємів частинок, що зіткаються d^2s. Інтегрування цього добутку по всім значенням $\vec{s}$ визначає "функцію товщини" $\hat{T}(b)$

$$\hat{T}_{AB}(\vec{b}) = \int \hat{T}_A(\vec{s})\hat{T}_B(\vec{s} - \vec{b})d^2s \tag{3.3}$$

Зазначимо, що $\hat{T}(\vec{b})$ має розмірність оберненої площі. Це можна інтерпретувати як ефективну область перекриття, в якій окремий нуклон в ядрі A може взаємодіяти з даним нуклоном в ядрі B. Імовірність однієї взаємодії дорівнює $\hat{T}(\vec{b})\sigma_{inel}^{NN}$, де σ_{inel}^{NN} - переріз непружніх нуклон-нуклонних взаємодій. Імовірність мати n взаємодій між ядрами A (з A нуклонами) та B (з B нуклонами) являє собою біноміальний розподіл:

$$P(n, \vec{b}) = \binom{AB}{n} [\hat{T}_{AB}(\vec{b})\sigma_{inel}^{NN}]^n [1 - \hat{T}_{AB}(\vec{b})\sigma_{inel}^{NN}]^{AB-n}, \tag{3.4}$$

де перший множник - це кількість комбінацій для виявлення n зіткнень з AB можливих нуклон-нуклонних взаємодій, другий множник - ймовірність мати рівно n зіткнень, і останній множник - ймовірність мати рівно $AB - n$ промахів.

На підставі цього розподілу імовірності можна визначити кількість благоприємних подій. Повна імовірність взаємодії між A та B визначається як:

$$\frac{d^2\sigma_{inel}^{AB}}{db^2} = \sum_{n=1}^{AB} P(n, \vec{b}) = 1 - [1 - \hat{T}_{AB}(\vec{b})]^{AB} \tag{3.5}$$

Вектор прицільного параметру може бути замінений на скалярну величину, якщо ядра не поляризовані. В цьоиу випадку загальний переріз непружньої взаємодії виражається як

$$\sigma_{inel}^{AB} = \int_0^\infty 2\pi b db \{1 - [1 - \hat{T}_{AB}(\vec{b})]^{AB}\} \tag{3.6}$$

Загальна кількість нуклон-нуклонних взаємодій дорівнює:

$$N_{coll} = \sum_{n=1}^{AB} nP(n, \vec{b}) = AB\hat{T}_{AB}(\vec{b})\sigma_{inel}^{AB} \tag{3.7}$$

Кількість нуклонів, що беруть участь у зіткненні (далі - кількість учасників) з прицільним параметром b, дорівнює

$$N_{part} = A \int \hat{T}_A(\vec{s})\{1 - [1 - \hat{T}_B(\vec{s} - \vec{b})\sigma^{NN}]^B\} d^2s + B \int \hat{T}_A(\vec{s} - \vec{b})\{1 - [1 - \hat{T}_A(\vec{s})\sigma^{NN}]^A\} d^2s \tag{3.8}$$

Оптична форма теорї Глаубера основана на неперервному розподілі густини нуклонів. Використання оптичного та Монте-Карло підходів дає деякі відмінності в результатах.

3.3. Застосування метода Монте-Карло до моделі Глаубера

Перевага методу Монте-Карло для обчислення таких геометричних величин як, наприклад, середня кількість учасників $\langle N_{part} \rangle$ і нуклон-нуклон зіткнень $\langle N_{coll} \rangle$ - простота. Крім того, є можливість змоделювати експериментально спостережувані величини, такі як, наприклад, множинність заряджених частинок, і застосовувати аналогічні центральні вибірки, як при аналізі реальних даних.

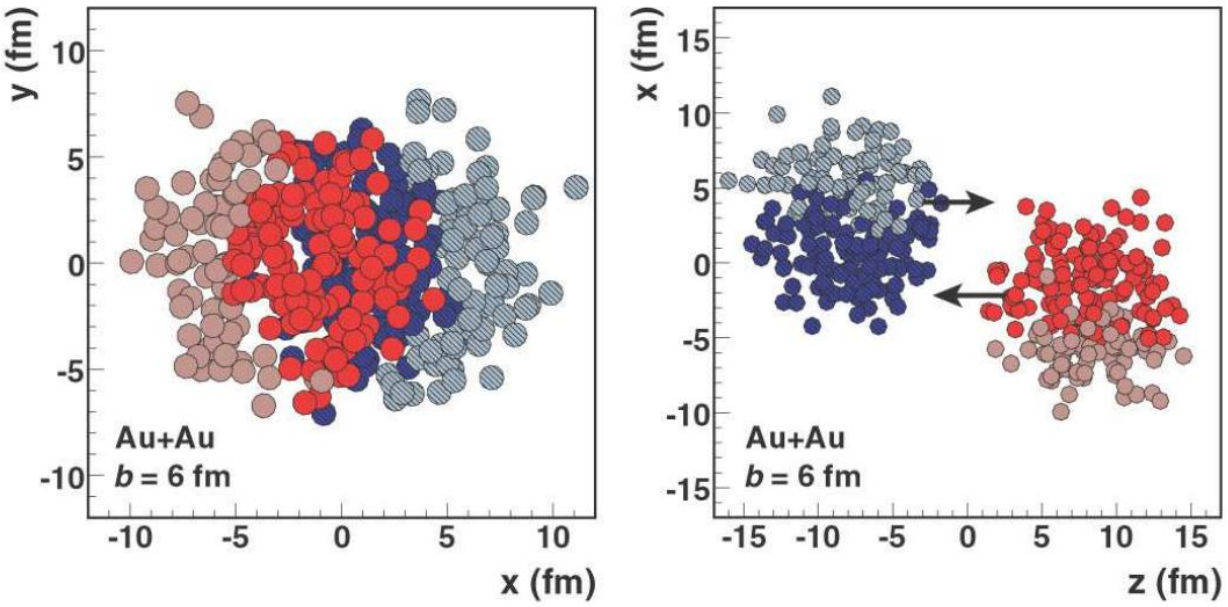

Рис. 3.2. Змодельована методом Монте-Карло, застосованим до моделі Глаубера (GMC), подія (Au-Au, 200 ГеВ, прицільний параметр 6 фм). Показано поперечну площину (ліворуч) та вздовж вісі пучка (праворуч). Нуклони-учасники показані темними кругами.

В методі Монте-Карло, моделі двох взаємодіючих ядер задаються за допомогою розподілу A нуклонів ядра A і B нуклонів ядра B в тривимірної системі координат згідно з відповідним розподілом ядерної густини. Довільний прицільний параметр b береться з розподілу $\frac{d\sigma}{db} = 2\pi b$. A + B зіткнення інтерпретується як послідовність незалежних бінарних нуклон-нуклонних

зіткнень. Тобто, нуклони рухаються по прямолінійних траєкторіях, і перетин непружних нуклон-нуклони взаємодій приймається незалежним від числа зіткнень, що відбулися раніше. В найпростішому варіанті методу Монте-Карло, нуклон-нуклонне зіткнення відбувається, якщо відстань між нуклонами d в площині, перпендикулярній осі пучка, задовольняє співвідношенню $d \leq \sqrt{\frac{\sigma_{inel}^{NN}}{\pi}}$.

Імітація GMC події для Au-Au зіткнення з прицільним параметром 6 фм показана на рис. 3.2. $\langle N_{part} \rangle$, $\langle N_{coll} \rangle$ та інші величини визначаються шляхом моделювання багатьох A+B зіткнень. [4]

3.4. Інструментарій моделі Глаубера

Модель Глаубера із використанням методу Монте-Карло реалізована в інструментарії [6], заснованому на пакеті Root-6 [5]. В якості вхідних параметрів користувач задає типи ядер, що зіткаються, та переріз нуклон-нуклонної непружної взаємодії.

Вихідний код інструментарію доступний за посиланням [7].

4. Методика визначення центральності

Розмір та еволюція середовища, утвореного в ході зіткнення важких ядер, залежать від геометрії зіткнення, зокрема від прицільного параметру b, кількості нуклонів-учасників N_{part}, кількості нуклон-нуклонних зіткнень N_{coll}. У таблиці 2 представлені середні значення N_{part} та N_{coll} у класах центральності, визначених жорсткими межами прицільного параметру b.

Табл. 2. Модельні величини ($N_{part},\ N_{coll}$) *Au-Au* зіткнення у класах центральності, визначених жорсткими межами прицільного параметру b. Середні значення $N_{part},\ N_{coll}$ та середньоквадратичні відхилення обчисленні із використанням Монте-Карло моделювання та моделі Глаубера

Центральність	b_{min}, фм	b_{max}, фм	N_{part}	$\sigma_{N_{part}}$	N_{coll}	$\sigma_{N_{coll}}$
0-1 %	0.00	1.45	365.61	6.94	850.30	43.61
1-2 %	1.45	2.05	352.99	7.76	809.71	41.95
2-3 %	2.05	2.51	340.79	8.31	771.87	40.21
3-4 %	2.51	2.90	329.05	8.68	736.38	39.06
4-5 %	2.90	3.24	317.71	8.93	702.93	38.03
5-10 %	3.24	4.58	286.98	16.71	614.53	52.59
10-20 %	4.58	6.49	222.84	24.03	440.54	65.14
20-30 %	6.49	7.95	156.73	19.24	276.08	46.98
30-40 %	7.95	9.18	107.16	16.03	166.26	34.59
40-50 %	9.18	10.26	70.10	13.54	94.39	25.08
50-60 %	10.26	11.23	43.07	11.18	49.71	17.22
60-70 %	11.23	12.14	24.40	8.82	24.02	11.08
70-80 %	12.14	12.99	12.69	6.33	10.74	6.58
80-90 %	12.99	13.93	6.41	3.91	4.74	3.55
90-100 %	13.93	20.00	3.36	1.95	2.15	1.68

Ці геометричні величини не можуть бути безпосередньо виміряні на експерименті. Експериментально зіткнення характеризується множинністю народжених заряджених частинок, що потрапили до трекінгової системи детектора (див. розділи 2.3, 2.4) або енергією частинок, що рухаються в напрямку, близькому до осі пучка, де розташований PSD детектор (див. розділ 2.5), чутливий до фрагментів ядер. За цими величинами події розподіляються по класам центральності, де найбільшій центральності відповідають події з найбільшим прицільним параметром (що відповідає найменшій множинності та найбільшій енергії фрагментів ядер), а найменшій центральності - найменший прицільний параметр (відповідно найбільша множинність та найменша енергія фрагментів), див. рис. 4.1.

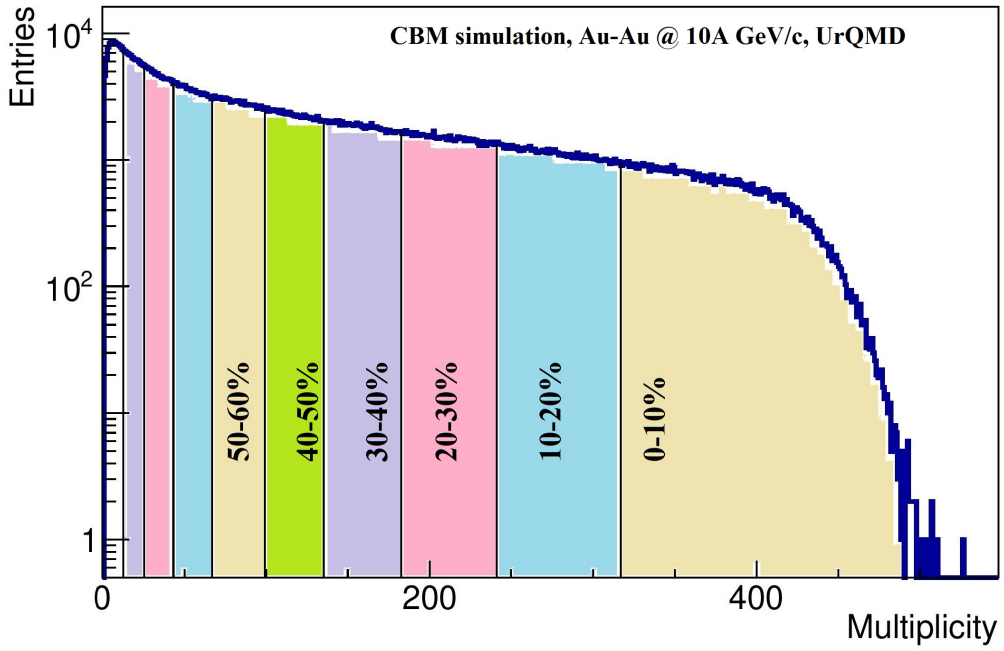

Рис. 4.1. Розподіл подій за множинністю частинок та класи центральності. Моделювання Au-Au @ 10A ГеВ, CBM експеримент

Центральність в термінах прицільного параметру визначається як:

$$c_b = \frac{1}{\sigma_{inel}} \int_0^b \frac{d\sigma}{db} db, \tag{4.1}$$

а в термінах множинності заряджених частинок:

$$c_{N_{ch}} = \frac{1}{\sigma_{inel}} \int_{N_{ch}}^{\infty} \frac{d\sigma}{dN_{ch}} dN_{ch} \tag{4.2}$$

При цьому значення центральності, визначені через 4.1 та 4.2, не є еквівалентними, оскільки кореляція між прицільним параметром та множинністю має скінченну ширину (див. рис. 4.2).

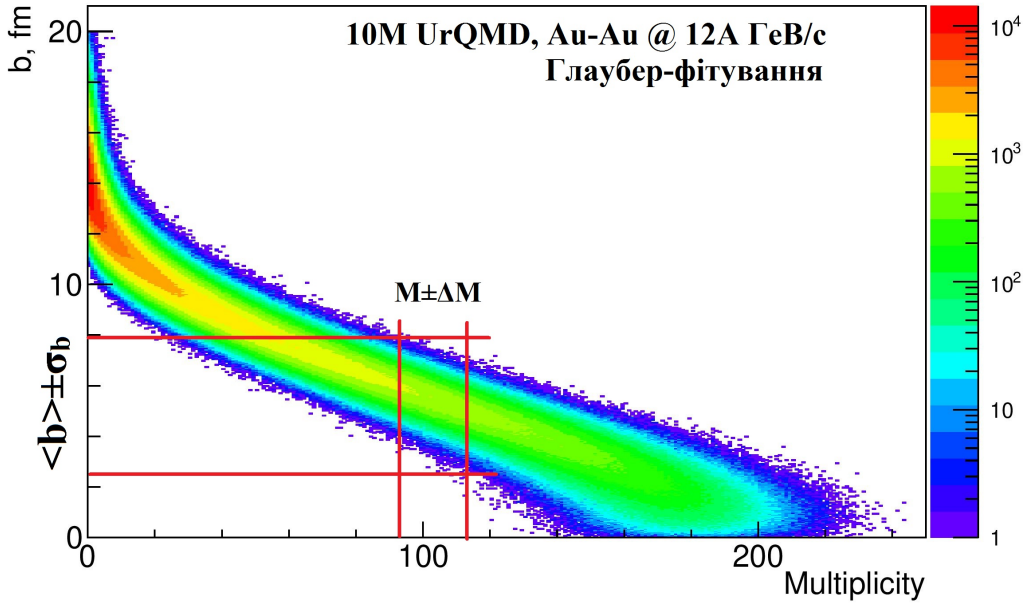

Рис. 4.2. Кореляція між множинністю заряджених частинок, виміряною STS, та прицільним параметром.

Тому класи подій, відібрані за множинністю, можуть бути співставлені певному діапазону значення прицільного параметра. Це можна зробити за допомогою моделі, яка може представити вимірювані величини, та має в собі прицільний параметр. Такою моделлю і є модель Глаубера (розділ 3).

4.1. Фітування розподілу множинності

Одним із способів розподілення подій по класам центральності є феноменологічний підхід, що базується на фітування розподілу множинності за-

ряджених частинок із використанням моделі Глаубера. Цей підхід заснований на припущенні, що кількість народжених частинок в одному нуклон-нуклонному зіткненні розподілена за негативним біноміальним розподілом (далі NBD від англ. negative binomial distribution). Дане припущення мотивоване тим, що у протон-протонних зіткненнях було виміряно множинність заряджених частинок $\frac{d\sigma}{dN_{ch}}$ у широкому діапазоні швидкісностей, і вона добре описується NBD [8, 9, 10].

Цей підхід дозволяє змоделювати розподіл множинності та порівняти його із розподілом з реальних даних або з моделюваних даних на експерименті. Як зазначалося у розділі 3, модель Глаубера визначає для події з прицільним параметром b відповідну кількість нуклонів-учасників N_{part} та нуклон-нуклонних зіткнень N_{coll}, а множинність частинок на одне нуклон-нуклонне зіткнення параметризується NBD. Щоб застосувати цю модель до будь-якого зіткнення з даними N_{part} та N_{coll} використовується концепція незалежних випромінюючих джерел частинок (англ. ancestor). Їхня кількість параметризується таким виразом:

$$N_a = fN_{part} + (1 - f)N_{coll}, \tag{4.3}$$

де $f \in [0; 1]$. Це зумовлено двокомпонентною моделлю [11, 12], яка розкладає нуклон-нуклонне зіткнення на м'які та жорсткі взаємодії, де у м'яких взаємодіях частинки народжуються із середньою множинністю пропорційною до N_{part}, а у жорстких - до N_{coll}.

Щоб згенерувати кількість народжених частинок, народжених в одній взаємодії, використовується від'ємний біноміальний розподіл:

$$P_{\mu,k}(n) = \frac{\Gamma(n+k)}{\Gamma(n+1)\Gamma(k)} \frac{(\mu/k)^n}{(\mu/k+1)^{n+k}}, \tag{4.4}$$

що діє імовірність вимірювання n частинок на одне випромінююче джерело (ancestor), де μ є середньою множинністю на джерело, а k відповідає за ширину розподілу.

Для кожної події, згенерованої методом Монте-Карло із використанням моделі Глаубера, NBD викликається N_a разів, щоб обчислити множинність заряджених частинок у даній події. Розподіл множиннсоті заряджених частинок моделюється для набору подій із різними значеннями параметрів μ та k від'ємного біноміального розподілу та параметра f кількості джерел N_a. Далі застосовується мінімізаційна процедура, щоб знайти значення параметрів f, μ, k, яким відповідає мінімальне значення χ^2.

4.2. Опис робочого середовища

Робоче середовище для визначення центральності (Centrality Framework [13]) шляхом, описаним в розділі 4.1, розроблене на мові C++ (стандарт 2011 року) з використанням пакету Root-6 [5].
Для фітування розподілу множинності використовується такий алгоритм:

1) Задаються параметри k, f від'ємного біноміального розподілу та кількості випромінюючих джерел, для яких здійснюється фіт.

2) На вхід подається гістограма розподілу множинності, яку потрібно відфітувати (далі - фітована гістограма).

3) Окремо на вхід подається root-файл моделі Глаубера, що містить в собі значення N_{part} та N_{coll} для потрібної (заданої користувачем кількості подій).

4) Для кожної з подій обчислюється кількість випромінюючих джерел за формулою 4.3.

5) Викликається від'ємний біноміальний розподіл N_a разів, кількість заряджених частинок в межах однієї події підсумовується і записується до гістограми розподілу множинності, якою фітуємо (далі - фітуюча гістограма).

6) Фітуюча гістограма нормується, щоб її інтеграл дорівнював інтегралу фітованої гістограми.

7) Середнє значення множинності на одне джерело (параметр μ) попередньо оцінюється таким чином: $\mu^* = \frac{M^{max}}{N_a^{max}}$, де M^{max} - максимальне значення множинності у фітованій гістограмі, N_a^{max} - максимальна кількість випромінюючих джерел, отримана з root-файлу моделі Глаубера.

8) Обчислюється χ^2 для заданих $k,\ f$ та μ з інтервалу $[0.7\mu^*,\ 1.1\mu^*]$.

9) Методом золотого перерізу шукається значення μ з інтервалу $[0.7\mu^*,\ 1.1\mu^*]$, при якому χ^2 буде мінімальним. Отримане значення χ^2 асоціюється з парою $(f,\ k)$.

10) Пункти 1-9 повторюються для різних значень $(f,\ k)$, заданих користувачем.

11) У двовимірному фазовому просторі $(f,\ k)$ шукається мінімальне значення χ^2 та яким f та k воно відповідає.

4.3. Перевірка самоузгодженості алгоритму

Щоб переконатися, що описаний у розділах 4.1, 4.2 алгоритм працює коректним чином, було проведено валідаційну процедуру:

1) Для заданих параметрів NBD та кількості випромінюючих джерел ($f = 0.70,\ \mu = 0.85,\ k = 9$) з використанням root-файла моделі Глаубера було згенеровано розподіл множинності (із статистикою 10^6 подій). Дані значення параметрів були обрані, щоб отримати розподіл множинності, схожий на типовий для CBM-експерименту.

2) Даний розподіл було відфітовано алгоритмом, описаним у розділі 4.2. Було визначено оптимальні $f,\ \mu,\ k$. Критерієм коректності алгоритму є те, наскільки точно було відновлено значення параметрів.

В результаті отримали залежність χ^2 від $f,\ k$, зображену на рис. 4.3.

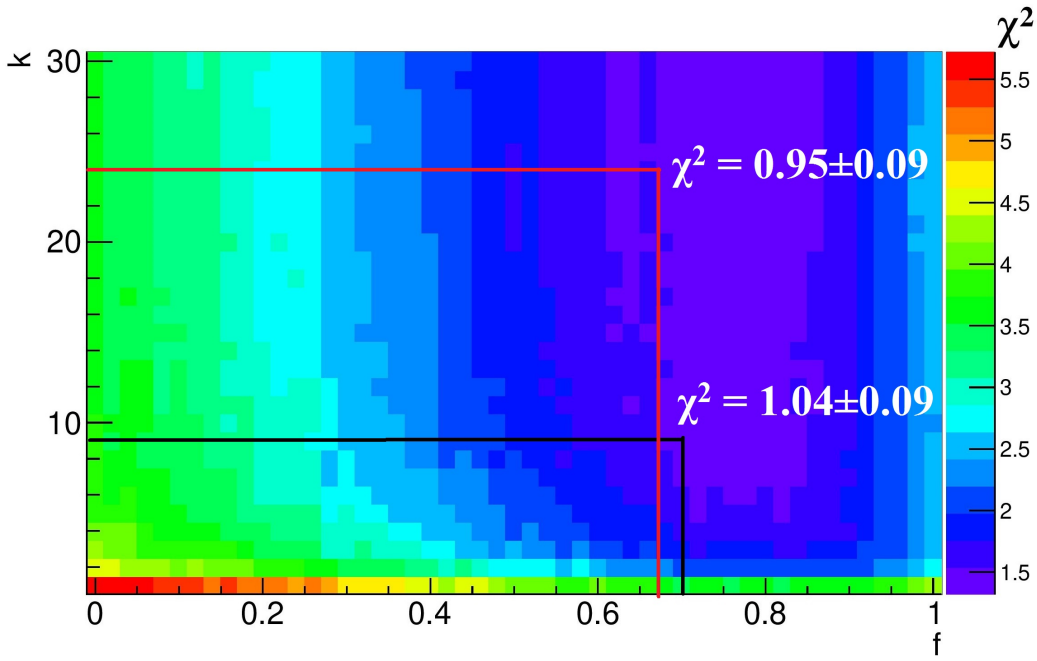

Рис. 4.3. Залежність $\chi^2(f, k)$

На рис. 4.4, 4.5 зображено залежності $\chi^2(f)$ та $\chi^2(k)$ відповідно при фіксованих k та f відповідно.

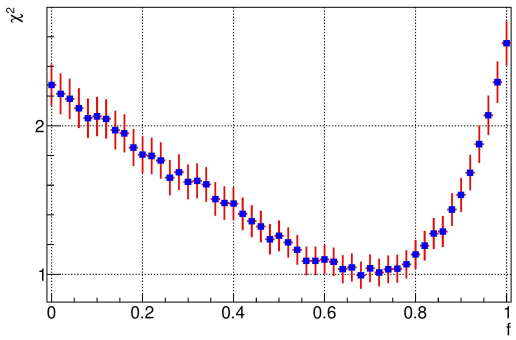

Рис. 4.4. Залежність $\chi^2(f)$ при $k = 24$

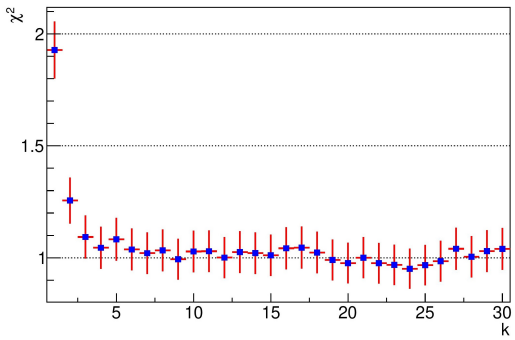

Рис. 4.5. Залежність $\chi^2(k)$ при $f = 0.68$

Як бачимо, відновлені значення параметрів дорівнюють $f = 0.68,\ \mu = 0.83,\ k = 24$ і їм відповідає $\chi^2 = 0.95 \pm 0.09$, в той час як "реальним" значенням параметрів відповідає $\chi^2 = 1.04 \pm 0.09$. Отже, в межах похибки закладений та відновлений набори параметрів є еквівалентними. Більш того, як

можна бачити з рис. 4.4, 4.5, наявний чіткий мінімум χ^2 вздовж f та майже відсутня залежність від k (за винятком низьких значень k).

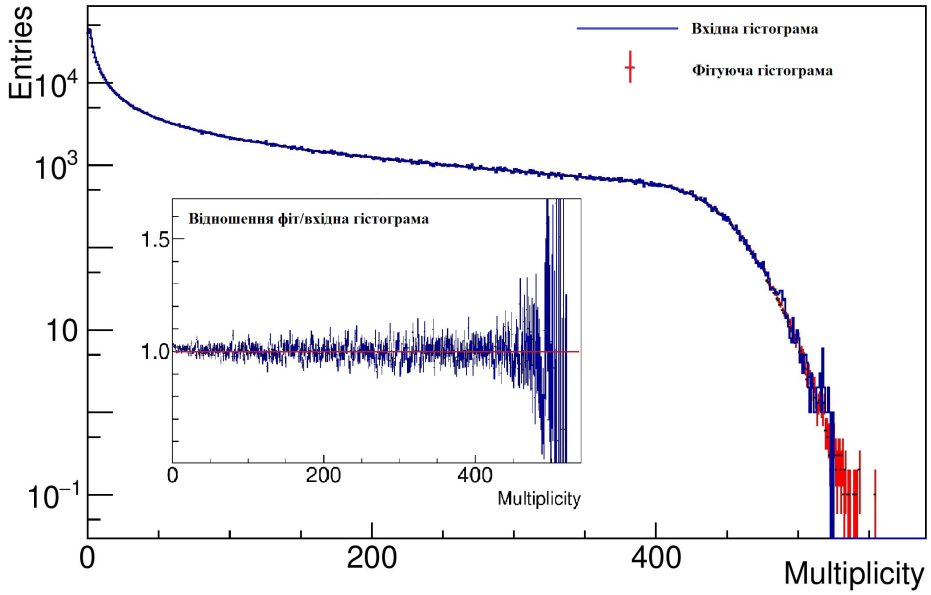

Рис. 4.6. Накладення на вхідну гістограму (синя лінія) фітуючої (червоні риски) та відношення фітуючої до вхідної (внутрішній графік)

На рис. 4.6 можна бачити, що фіт (червоні риски) відтворює вхідну гістограму (синя лінія) належним чином, і відношення "фіт-гістограма" в межах похибки дорівнює 1 на всьому проміжку фітування.
Отже, доходимо висновку, що алгоритм фітування є самоузгодженим та працює коректним чином.

5. Оцінка цетральності

5.1. Фітування множинності заряжених частинок

Фітування множинності усіх заряджених частинок

Процедуру, описану у розділі 4.1, реалізовану в алгоритмі, описаному у розділі 4.2, було застосовано для фітування розподілу множинності усіх заряджених частинок та оцінки центральності подій за цим параметром. При визначенні центральності використовувалися:

- 10^6 подій *Au-Au* зіткнень при імпульсі налітаючих частинок в системі центру мас 12 ГеВ на нуклон, змодельованих за допомогою Ультрарелятивістської моделі квантової молекулярної динаміки, UrQMD, [14, 15];
- Розглядався розподіл множинності усіх заряджених частинок, що в лабораторній системі відліку мали псевдошвидкісність в межах $1.51 < \eta < 3.82$, що відповідає геометрії детекторів STS (розділ 2.3) та MVD (розділ 2.4), тобто полярному куту $2.5° < \theta < 25°$;
- Для фітування використовувалося 10^7 подій *Au-Au* зіткнень, змодельованих за допомогою моделі Глаубера (див. розділ 3) із перерізом непружньої нуклон-нуклонної взаємодії 30 мб [16];
- Межі фітування включали регіон із множинністю більше 50 частинок.

В результаті було отримано фітування, зображене на рис. 5.1.

Як можна бачити з рис. 5.1, фітування не відтворює розподіл множинності в області високих множинностей (правий хвіст), а $\chi^2 = 1.47 \pm 0.10$. Це пов'язано з тим, що в розподілі множинності усіх заряджених частинок враховано в тому числі і протони, більшість з яких не є народженими частинками, а є тими, що входили до складу ядер, що зіштовхуються, а тому їхня кількість не описується моделлю Глаубера. Тому природньою є спроба

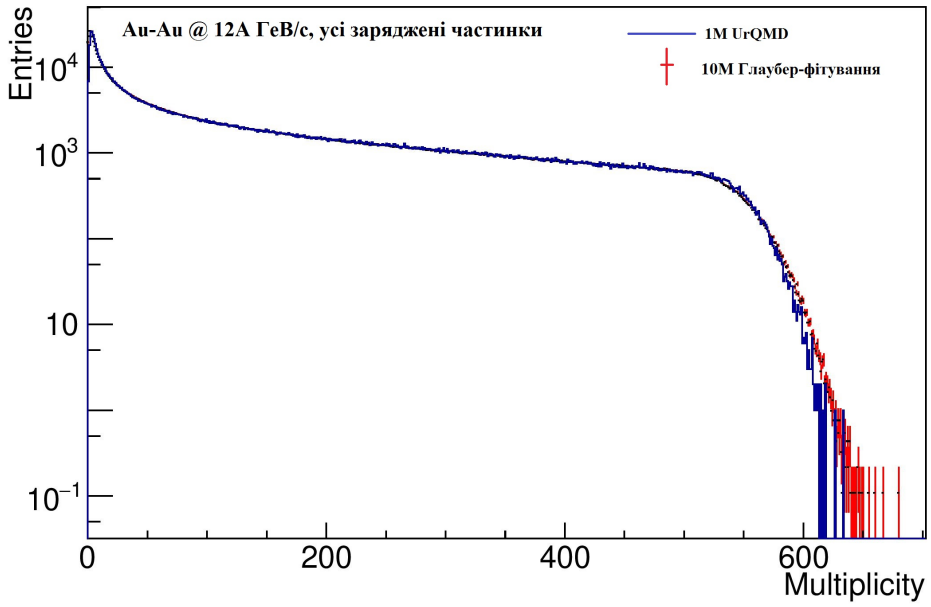

Рис. 5.1. Монте-Карло Глаубер фітування (червоний колір) розподілу множинності усіх заряджених частинок в UrQMD-моделі (синій колір)

повторити дану процедуру відносно тільки заряджених піонів ($\pi^{\pm}$) - вони гарантовано є народженими у зіткненні, адже не містяться в ядрах.

Фітування множинності заряджених піонів

Процедуру, описану в розділах 4.1-4.2, було повторено тільки для заряджених піонів (замість *усіх* заряджених частинок). В результаті було отримане фітування, зображене на рис. 5.2.

Як можна бачити з рис. 5.2, дане фітування відтворює розподіл множинності заряджених піонів ($\chi^2 = 0.93 \pm 0.14$) в усьому діапазоні фітування (множинність більше 50). Відношення Монте-Карло Глаубер фітування до фітованого розподілу в даному діапазоні в межах похибки дорівнює 1. Отримані значення параметрів фітування ($f = 0.72,\ k = 13,\ \mu = 0.35$) можна використати, щоб розподілити події по класам центральності за множинністю народжених заряджених піонів та поставити у відповідність цим класам центральності середні значення модельних величин - прицільного параметру

b, кількості нуклонів-учасників N_{part} та кількості нуклон-нуконних взаємодій N_{coll} (див. кореляцію "множинність - прицільний параметр" на рис. 4.2).

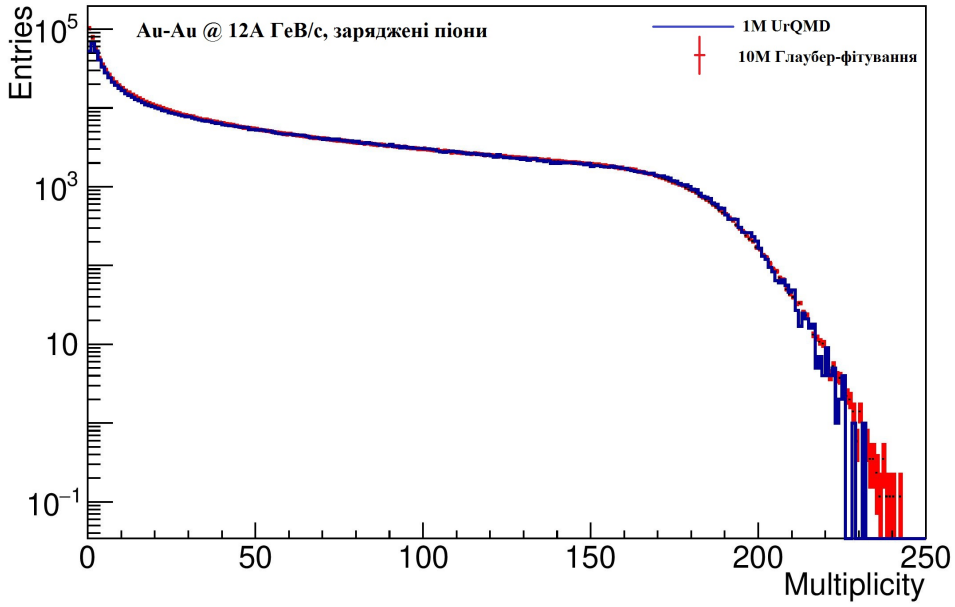

Рис. 5.2. Монте-Карло Глаубер фітування (червоний колір) розподілу множинності заряджених піонів в UrQMD-моделі (синій колір)

5.2. Розподіл подій по класам центральності

Центральність за множинністю народжених заряджених піонів визначається за формулою 4.2. Оскільки множинність - величина дискретна, то у випадку наявності великої кількості подій з однією множинністю народжених заряджених частинок будемо визначати центральність події із множинністю M як долю подій із множинністю *рівній або більшій* M.

На рис. 5.3, 5.4, 5.5 наведено розподіл прицільного параметру, кількості нуклонів-учасників та кількості нуклон-нуклонних взаємодій відповідно у 10 класах центральності із кроком 10%.

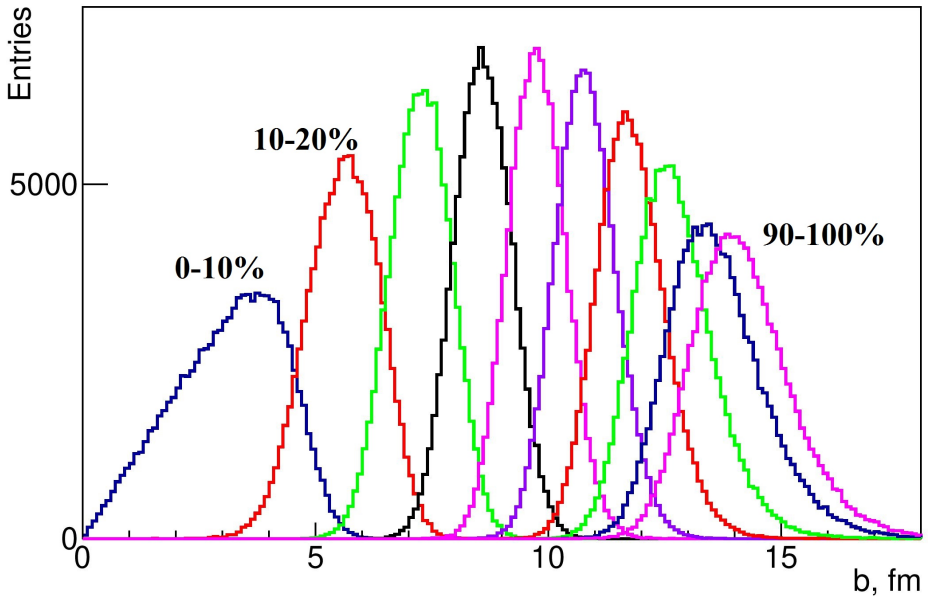

Рис. 5.3. Розподіл прицільного параметру у класах центральності

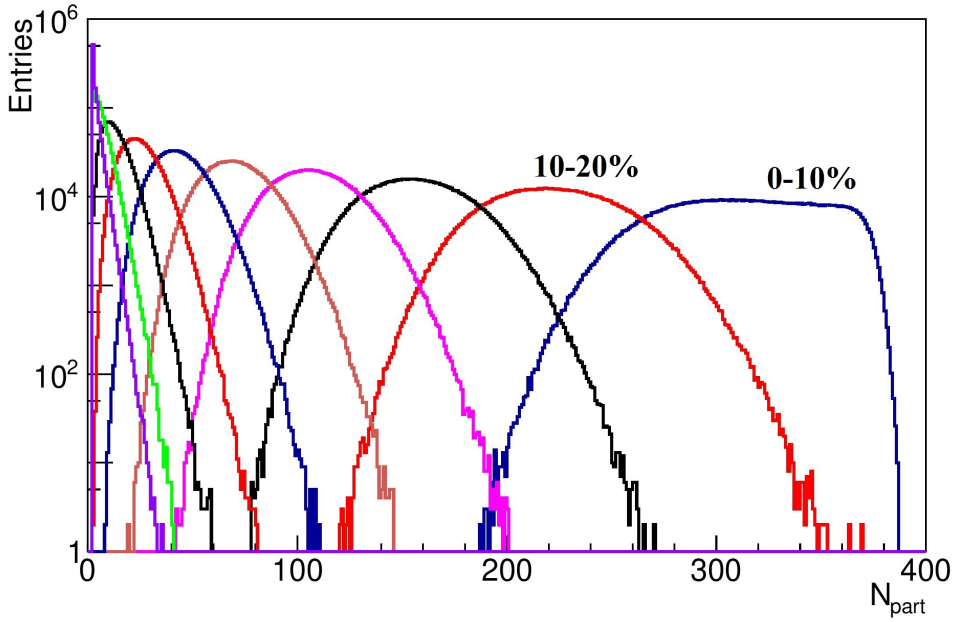

Рис. 5.4. Розподіл кількості нуклонів-учасників у класах центральності. Масштаб по вісі ординат - логарифмічний

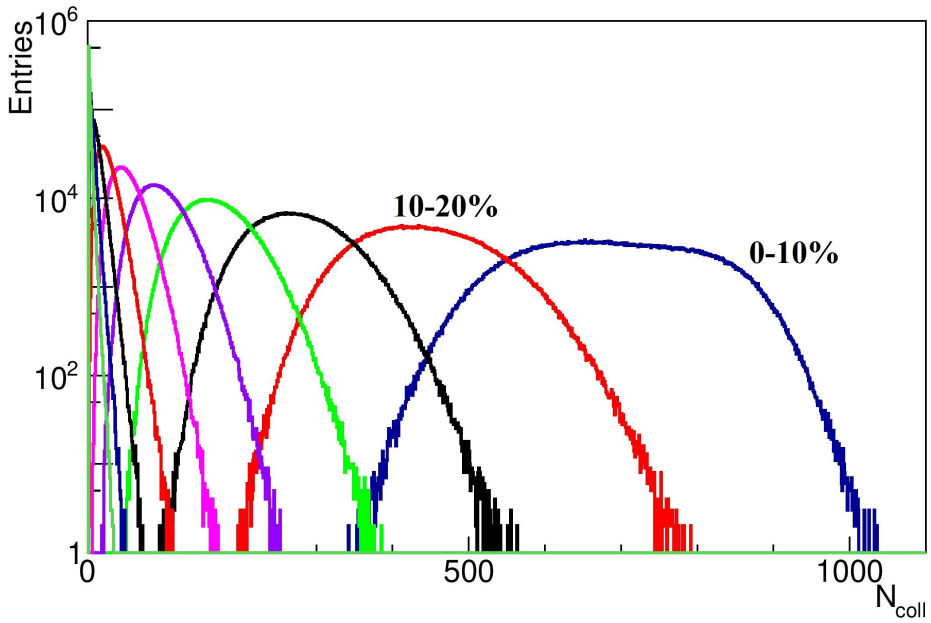

Рис. 5.5. Розподіл кількості нуклон-нуклонних взаємодій у класах центральності. Масштаб по вісі ординат - логарифмічний

5.3. Середні значення модельних величин у класах центральності

На рис. 5.6, 5.7, 5.8 наведено середні значення (маркери) та середньоквадратичні відхилення ("вуса" похибок) прицільного параметру, кількості нуклонів-учасників та кількості нуклон-нуклонних взаємодій відповідно у 10 класах центральності із кроком 10%.

В таблиці 3 наведено середні значення та середньоквадратичні відхилення прицільного параметру, кількості нуклонів-учасників та кількості нуклон-нуклонних взаємодій у 10 класах центральності.

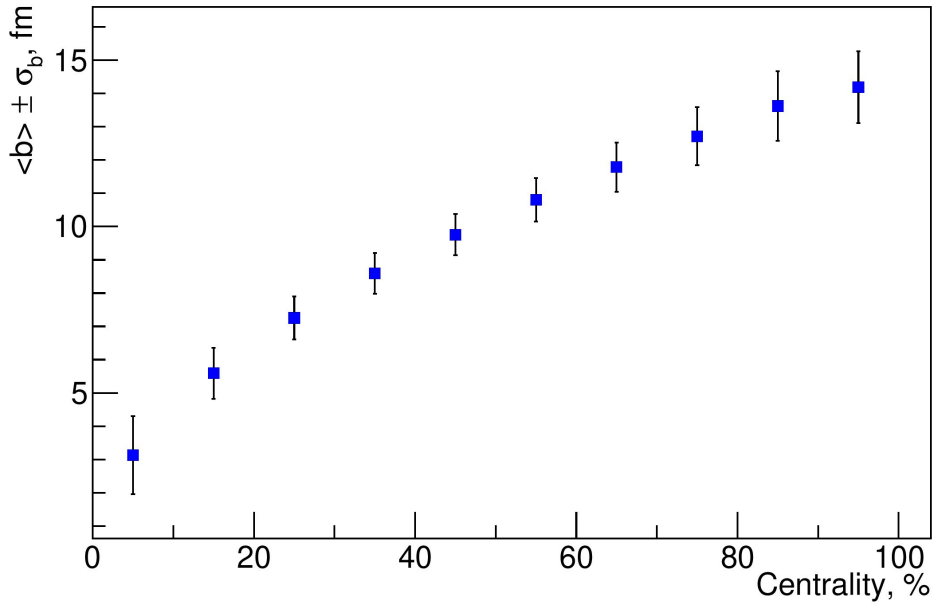

Рис. 5.6. Середні значення та середньоквадратичні відхилення прицільного параметру у класах центральності

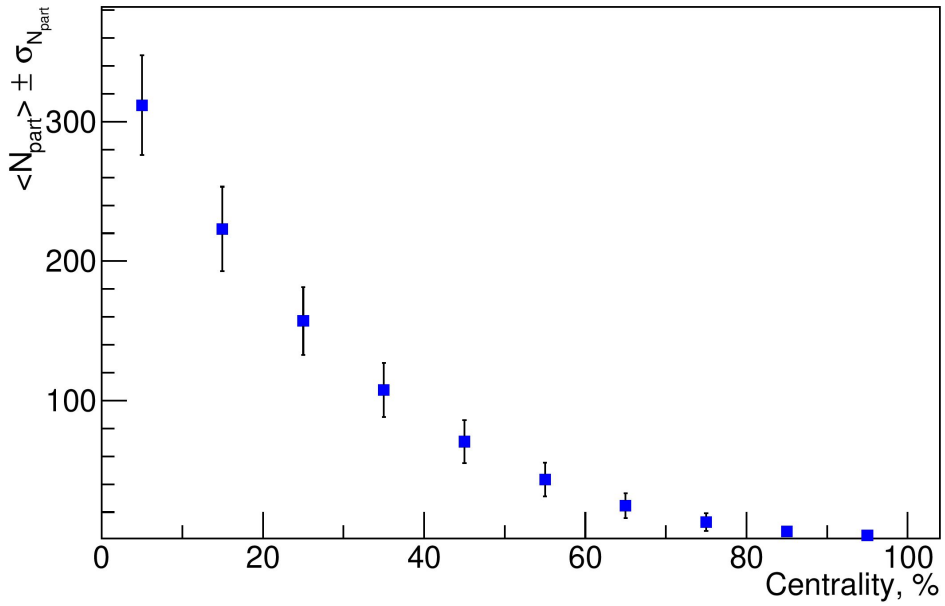

Рис. 5.7. Середні значення та середньоквадратичні відхилення кількості нуклонів-учасників у класах центральності

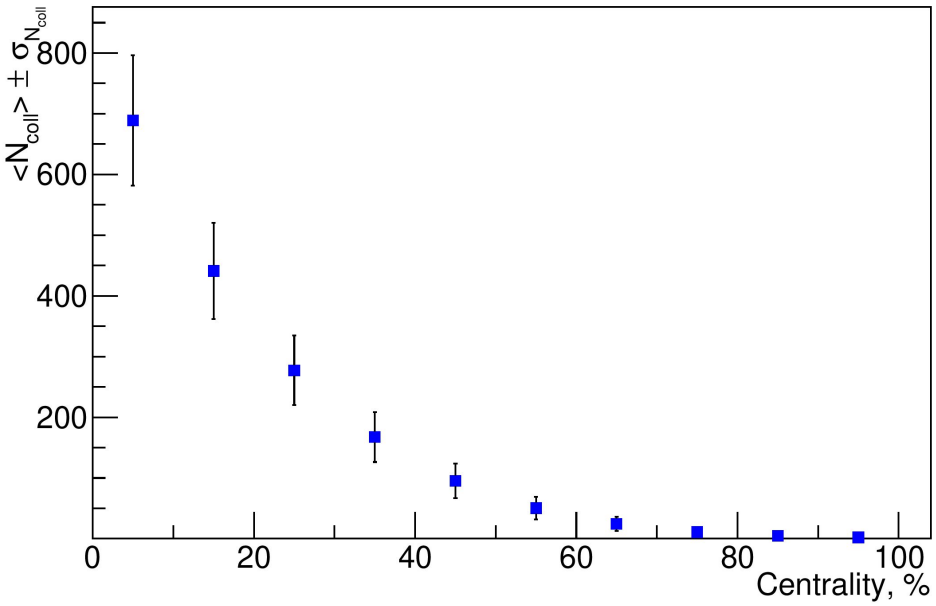

Рис. 5.8. Середні значення та середньоквадратичні відхилення кількості нуклон-нуклонних зіткнень у класах центральності

Табл. 3. Значення модельних величин у класах центральності.

Центральність	$\langle b \rangle$	σ_b	$\langle N_{part} \rangle$	$\sigma_{N_{part}}$	$\langle N_{coll} \rangle$	$\sigma_{N_{coll}}$
0-10 %	3.13	1.18	311.74	35.83	688.82	107.26
10-20 %	5.59	0.77	222.96	30.41	441.16	79.50
20-30 %	7.25	0.65	157.10	24.32	277.25	57.49
30-40 %	8.60	0.62	107.63	19.57	167.40	41.27
40-50 %	9.76	0.62	70.60	15.61	95.40	28.70
50-60 %	10.81	0.66	43.44	12.15	50.30	18.89
60-70 %	11.78	0.74	24.66	9.07	24.37	11.68
70-80 %	12.72	0.88	12.79	6.32	10.86	6.77
80-90 %	13.61	1.05	6.20	4.01	4.58	3.72
90-100 %	14.19	1.08	3.43	2.28	2.20	1.97

5.4. Аналіз результатів

Спостерігається чітке розмежування подій по класах центральності при невеликих значеннях прицільного параметру (найбільш центральні події). І навпаки, у випадку периферійних подій спостерігається часткове перекриття класів центральності - графіки середніх значень модельних величин виходять на горизонтальні плато, і відстань між середніми значеннями у різних класах центральності стає меншою, ніж середньоквадратичні відхилення. Це означає, що для подальшого аналізу подій в цій області доцільно зробити крок більше.

Висновки

Розмір та еволюція середовища, утвореного в ході зіткнення важких ядер, залежать від геометрії зіткнення, зокрема від прицільного параметру b, кількості нуклонів-учасників зіткнення N_{part}, кількості нуклон-нуклонних зіткнень N_{coll}. Ці геометричні величини не можуть бути безпосередньо виміряні на експерименті. Натомість вимірюваними величинами, які можна пов'язати із центральністю події, є множинність народжених заряджених частинок та енергія фрагментів ядер. В даній роботі співставляються модельні та вимірювані величини:

- вдосконалене робоче середовище для процедури фітування множинності заряджених частинок за допомогою методу Монте-Карло із використанням моделі Глаубера
- проведено валідацію алгоритму, наперед задана точка у фазовому просторі параметрів відновлена із $\chi^2 = 0.95 \pm 0.09$
- відфітовано розподіл множинності *усіх* заряджених частинок - фіт не відтворює область високих множинностей, $\chi^2 = 1.47 \pm 0.10$
- відфітовано розподіл множинності *тільки* заряджених піонів - фіт відтворює розподіл множинності в усіх межах фітування, $\chi^2 = 0.93 \pm 0.14$
- із використанням результатів фітування знайдено розподіли прицільного параметру, кількості нуклонів-учасників та нуклон-нуклонних зіткнень у класах центральності, визначено середні значення та середньоквадратичні відхилення зазначених величин у кожному класі центральності.

Подальша робота розгорнеться за такими напрямками:

- фітування множинності народжених заряджених частинок із проведенням повної симуляції CBM експерименту з використанням GEANT4

- визначення центральності за енергією фрагментів ядер
- використання інших (порівняно із UrQMD) моделей зіткнень важких ядер (зокрема тих, що розглядають фрагменти ядер).

Дану роботу було представлено у форматі презентації на 33 Колабораційних зборах експерименту CBM, що проходили 1-5 квітня 2019 р у місті Дармштадт, Німеччина.

Література

1. B. Friman et al. (Eds.): The CBM Physics Book, Lect. Notes Phys. 814, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010)

2. The STS Workgroup and the CBM Collaboration: Technical design report for the CBM. Silicon tracking system (STS)

3. Т.О. Аблязимов, М.В. Зызак, В.В. Иванов, П.И. Кисель: Метод фильтра Калмана для реконструкции траекторий заряженных частиц в эксперименте CBM и его параллельная реализация на многоядерном сервере ЛИТ ОИЯИ

4. M.L. Miller et al.: Glauber Modeling in High Energy Nuclear Collisions

5. *https://root.cern.ch*

6. C. Loizedes et al.: Improved Monte Carlo Glauber predictions at present and future nuclear colliders, *arXiv:1710.07098*.

7. *https://tglaubermc.hepforge.org*

8. J.F. Grosse-Oetringhaus, K. Reygers: Charged-Particle Multiplicity in Proton–Proton Collisions, *arXiv:0912.0023v2*

9. K. Aamodt et al. (ALICE): European Physics Journal C 65, 111 (2010)

10. K. Aamodt et al. (ALICE): European Physics Journal C 68, 89 (2010)

11. D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi: Nucl. Phys. A747, 609 (2005), *arXiv:hep-ph/0408050*.

12. W. Deng, X. Wang, and R. Xu, (2010), *arXiv:1008.1841 [hep-ph]*.

13. V. Klochkov, I. Selyuzhenkov: Centrality Framework, *https://cbmgsi.githost.io/pwg-c2f/centrality*

14. S. A. Bass *et al.*: Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions, Prog. Part. Nucl. Phys. 41 (1998) 225-370

15. M. Bleicher *et al.*,: Relativistic Hadron-Hadron Collisions in the Ultra-Relativistic Quantum Molecular Dynamics Model J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 25 (1999) 1859-1896

16. K.A. Olive *et al.*: Review of Particle Physics. Chinese Physics C, v.38 N9, 2014