

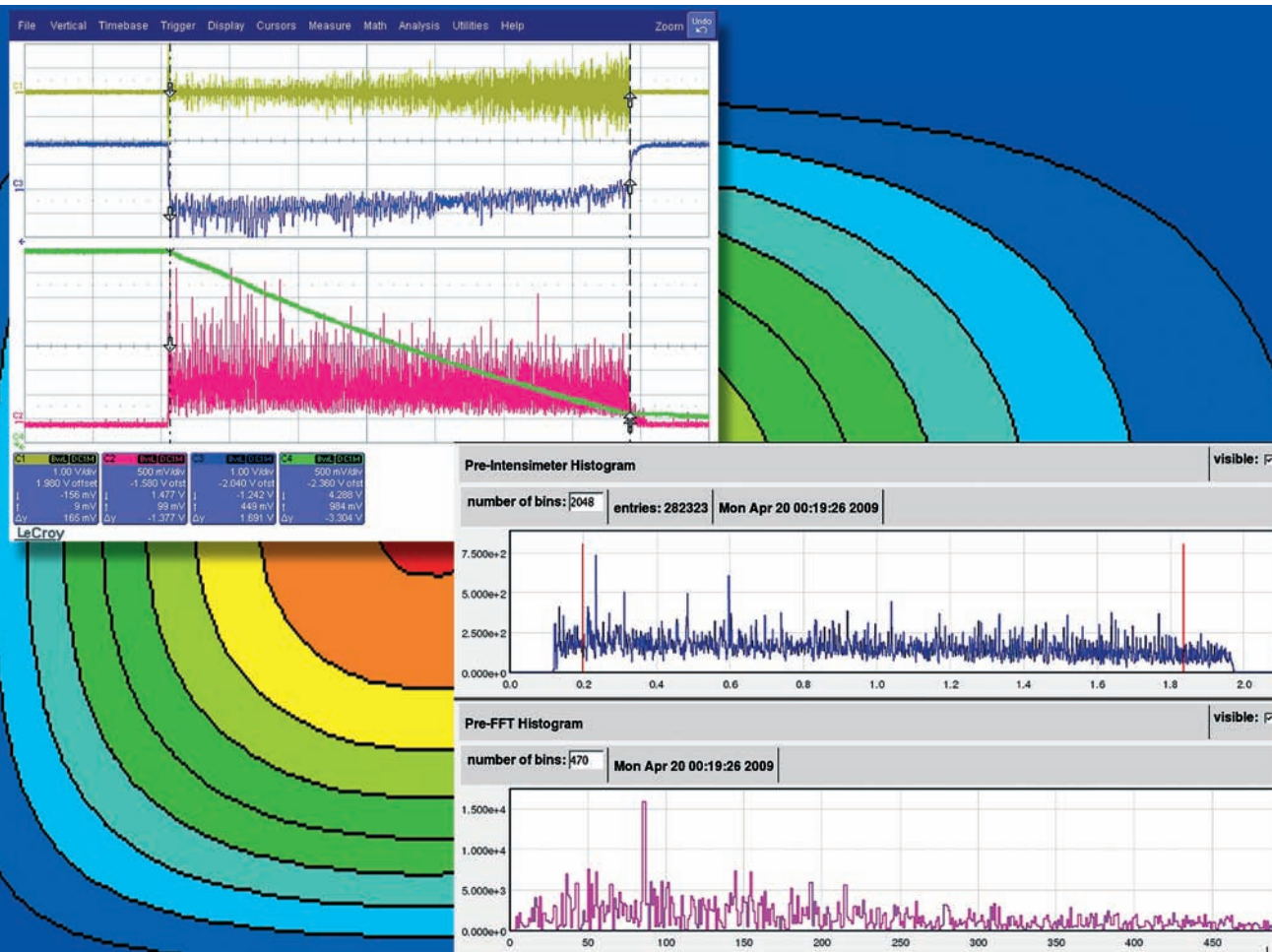


ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ



НОВОСТИ ПРОБЛЕМЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

№ 2(6) 2009



Стохастический вывод из У-70

Новости и проблемы фундаментальной физики

Журнал Института физики высоких энергий. Журнал предназначен для освещения текущих событий в жизни научного сообщества, новейших достижений современной фундаментальной физики, новейшей экспериментальной техники и приложений, обзора наиболее принципиальных проблем.

Новости и проблемы фундаментальной физики
Номер ISSN: 1999-2858

Ключевое название: *Novosti i problemy fundamental'noj fiziki* (Print)
Сокращенное ключевое название: *Nov. probl. fundam. fiz.* (Print)
EAN13: 9771999285501

Новости и проблемы фундаментальной физики (online)
Номер ISSN: 1999-2866

Ключевое название: *Novosti i problemy fundamental'noj fiziki* (Online)
Сокращенное ключевое название: *Nov. probl. fundam. fiz.* (Online)
URL <http://www.ihep.su/ihep/journal/journal.htm>

Издатель: ГНЦ ИФВЭ

Редакционная коллегия:

Главный редактор: Н.Е. Тюрин

Члены редколлегии: А.М. Зайцев
С.В. Иванов
В.А. Петров
Ю.Г. Рябов.

Редакторы: Л.Ф. Васильева
Н.В. Ежела

Дизайн, печать: «ПРИНТ-Ателье»

Содержание

К 100-летию Николая Николаевича Боголюбова (1909–1992)	1
Стохастический медленный вывод из $U-70$ <i>С.В. Иванов, О.П. Лебедев</i>	5
Спин при высоких энергиях <i>С.М. Трошин</i>	26
Новости ГНЦ ИФВЭ	36
Новости из лабораторий мира	37
Конференции в 2009 году	39
Награды	40
Памяти Николая Арсентьевича Галяева	40

© Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт физики высоких энергий

142281, Протвино Московской области,
Площадь Науки, д. 1.
Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт физики высоких энергий

<http://www.ihep.ru>

Новости и проблемы фундаментальной физики

Стохастический медленный вывод из У-70

С.В. Иванов, О.П. Лебедев (Институт физики высоких энергий, Протвино)

Для начала определим место обсуждаемой системы среди прочих систем вывода пучка из У-70.

Введение. Зачем и как выводим пучок?

Протонный синхротрон У-70 ГНЦ ИФВЭ ускоряет пучки протонов до энергии 70 ГэВ с максимальной интенсивностью до $1.7 \cdot 10^{13}$ частиц в цикле. Физически содержательная экспериментальная информация о свойствах материи и фундаментальных взаимодействиях извлекается после того, как ускоренный (первичный) пучок протонов столкнется с **неподвижной мишенью**. Используется несколько технических способов организации такого взаимодействия пучка с мишенью.

По историческим причинам все еще широко применяются металлические **внутренние мишени**. Они размещаются **внутри** кольцевой вакуумной камеры У-70. На внешние физические установки выводятся пучки вторичных частиц, как правило, с отрицательным или нулевым электрическим зарядом.

В последнее время нашли и успешно освоили свою технологическую нишу дефлекторы на основе **изогнутых монокристаллов** кремния [1]. Часть из них также размещена внутри вакуумной камеры У-70. Поэтому, как и обычные внутренние мишени, они могут неблагоприятно влиять на циркулирующий пучок. Причина – сопутствующие эффекты взаимодействия пучка с (аморфным) веществом – многократное кулоновское рассеяние, ионизационные потери энергии (и ядерные взаимодействия). Однако такое неблагоприятное воздействие на пучок с лихвой окупается новым когерентным эффектом «канализования» частиц. Благодаря ему часть первичного протонного пучка подхватывается электрическим полем, существующим между изогнутыми плоскостями кристаллической решетки дефлектора, отклоняется и выводится из У-70. Затем канал транспортировки пучка доводит его до **внешней мишени** экспериментальной установки.

Имеются еще две системы вывода интенсивного протонного пучка из У-70, обслуживающих упомянутые внешние мишени. Это системы **быстрого** однооборотного и **медленного** резонансного **вывода**. Их общей чертой, отличающей от систем с внутренними мишенями или кристаллическими дефлекторами, является то, что для вывода пучка протонов используются макроскопические внешние электромагнитные поля. Они возбуждаются различными магнитооптическими элементами, электростатическим дефлектором и даже высокочастотной ускоряющей системой (для стохастического вывода).

При быстром однооборотном выводе используется импульсный ударный магнит ОМ16. Он быстро создает отклоняющее (дипольное) магнитное поле поперек всей апертуры вакуумной камеры У-70. Длительность переднего и заднего фронтов импульса поля составляет примерно 200 нс. Плоская вершина может длиться от 0.1 до 5 мкс периода обращения пучка по орбите У-70. Поэтому технически возможен быстрый вывод любого числа, от 1 до 29 сгустков, циркулирующих в У-70. Понятно, что длительность быстрого сброса сгруппированного пучка не может превысить 5 мкс.

Система медленного резонансного вывода решает кардинально противоположную и, пожалуй, более сложную задачу – обеспечить длительный (до 3.5 с) и равномерный вывод пучка на внешнюю мишень. Кстати, 3.5 с – это $0.7 \cdot 10^6$ оборотов пучка по орбите. Поэтому если и называть такой вывод многооборотным, то термин «много» для него есть синоним числа миллион.

В настоящее время система медленного вывода имеет две эксплуатационные опции, используемых в сеансах работы У-70. Они отличаются способом наведения пучка на резонанс вывода. В одной из них, традиционной, используется квадрупольная линза Q38. В другой – управляемый шум, возбуждаемый вспомогательной ВЧ ускоряющей системой, работающей на радиочастоте 200 МГц. Именно в последнем случае медленный вывод называется стохастическим.

В этой обзорной статье обсуждаются общие вопросы как медленного резонансного вывода вообще, так и стохастического (шумового) вывода в частности. Опыт, накопленный за последние годы в ГНЦ ИФВЭ в этом направлении, представляет интерес не только для эффективного проведения собственных экспериментальных работ по физике высоких энергий, использующих счетную методику (эксперимент ОКА). Качественный, хорошо контролируемый и дозируемый медленный вывод может быть востребован при создании установок медицинского назначения на основе протонных и ионных (углерод) синхротронов.

Медленный вывод. Оборудование

Схема размещения электрофизического оборудования, входящего в систему медленного вывода пучка из протонного синхротрона У-70, показана на Рис. 1. Эту систему никак нельзя назвать локальной. Она использует устройства, расположенные в 13 из 120 прямолинейных промежутков магнитной структуры У-70.

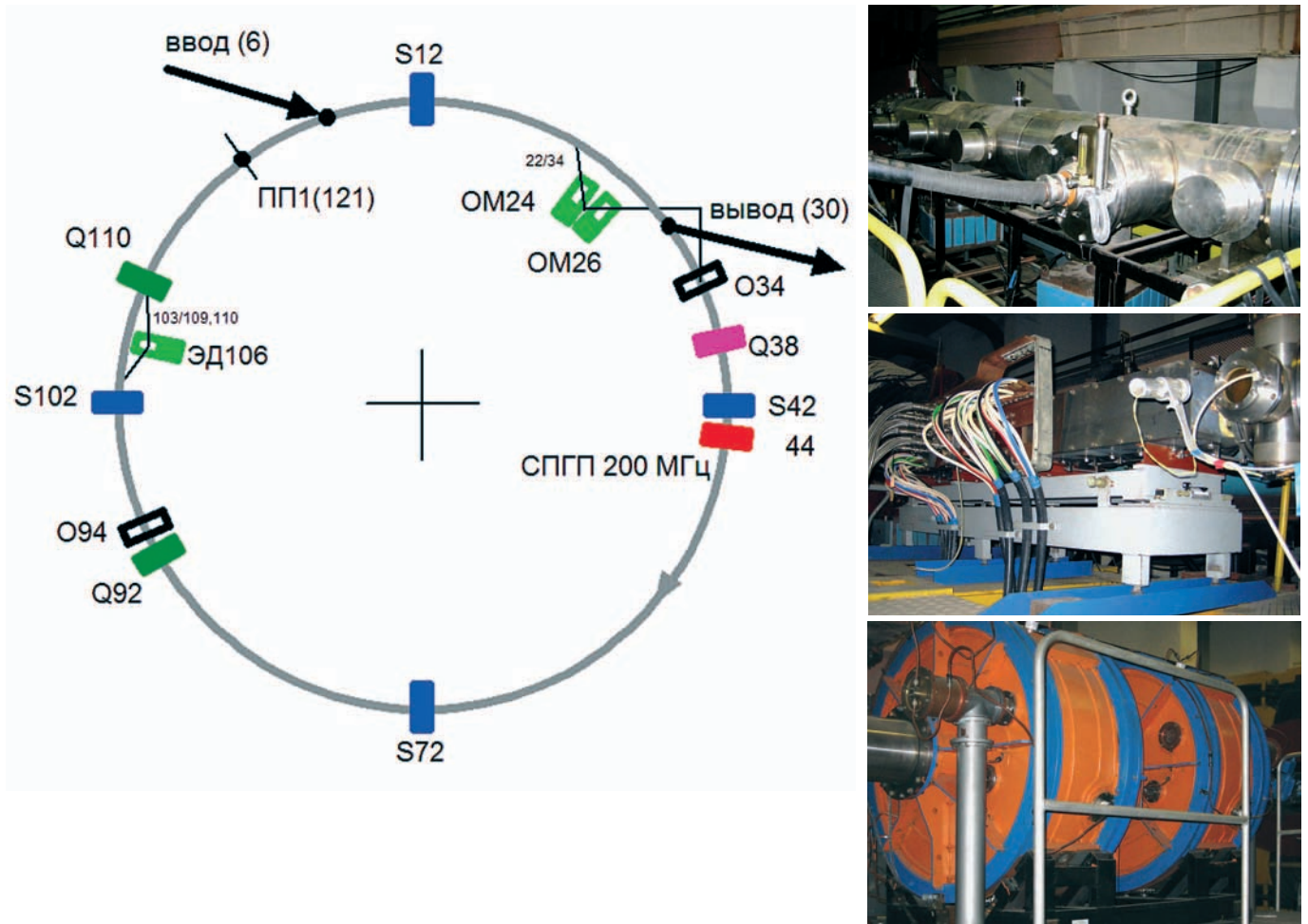


Рис. 1. Система медленного вывода пучка из У-70. Схема размещения оборудования на орбите. Фотографии сверху вниз – электростатический дефлектор ЭД106, отклоняющий магнит OM26, вспомогательная ускоряющая система СПГП 200 МГц.

Краткий сценарий работы системы медленного вывода таков.

Разумеется, прежде всего, пучок протонов надо ускорить до заданной энергии и перевести в режим циркуляции на верхней (выводной) полке магнитного поля. При этом корректируется замкнутая орбита и выбирается нужная рабочая точка ускорителя, бетатронные частоты пучка (Q_x , Q_z).

Трасса медленного вывода начинается в электростатическом дефлекторе ЭД106, проходит через отклоняющие магниты OM24, 26 и завершается в выводном окне 30-го прямолинейного промежутка магнитной структуры. Протоны забрасываются за перегородку дефлектора ЭД106 с помощью поперечного резонанса $3Q_x=29$, где Q_x есть горизонтальная бетатронная частота.

Резонансная гармоника квадратичной нелинейности ведущего магнитного поля возбуждается с помощью двух пар секступольных линз S12, 72 и S42, 102.

При обычном (классическом) медленном выводе пучок подводится к рабочему резонансу $3Q_x=29$ с помощью магнитооптических элементов – квадрупольной линзы Q38 и/или ведущего магнитного поля (создается так называемый «наклон» или спад поля).

При стохастическом (шумовом) выводе для наведения пучка на резонанс вместо линзы Q38 или спада магнитного поля используется вспомогательная

ускоряющая система частоты 200 МГц – станция перегруппировки пучка (СПГП). Это пара резонаторов, расположенных в 44-м прямолинейном промежутке У-70. Диффузия частиц пучка вызывается контролируемым фазовым шумом ускоряющего электрического поля в окрестности несущего колебания с амплитудой 300–400 кВ на оборот и частотой 200 МГц (кратность ускорения $q=33 \cdot 30=990$).

Хроматичность поперечных колебаний (зависимость бетатронных частот от импульса) настраивается с помощью мощной системы коррекции квадратичной нелинейности магнитного поля, действующей через дополнительные обмотки магнитных блоков.

Октупольные линзы O34, 94 вносят контролируемую кубическую нелинейность магнитного поля и, при необходимости, управляют нелинейностью бетатронных колебаний – зависимостью бетатронной частоты от амплитуды. При разных полях в этих линзах поперечные колебания пучка являются мягким, жестким или линейным осциллятором.

Координата и угол пучка на входе в электростатический дефлектор ЭД106 и в отклоняющие магниты OM24, 26 трассы вывода настраивается с помощью управляемых искажений (бампов) замкнутой орбиты.

Квадрупольные линзы Q92, 110 управляют огибающей и угловой расходимостью циркулирующего

пучка, способствуя его лучшему разведению с выводимой фракцией пучка в районе ЭД106 – первого дефлектора трассы вывода.

Регистрация тока медленно выведенных частиц осуществляется косвенным методом. В качестве датчика, измеряющего технологический сигнал сброса пучка, используется монитор вторичных частиц. Он регистрирует потери пучка на перегородке дефлектора ЭД106 и установлен в 106-м прямолинейном промежутке структуры У-70 (монитор-106).

Таким образом, система медленного вывода из У-70 в целом – это конгломерат физических идей, инженерных решений и электрофизических устройств, созданный и эксплуатируемый большим коллективом сотрудников ускорительных подразделений ГНЦ ИФВЭ. В статье обсуждается лишь относительно небольшой сегмент деятельности, обеспечивающей функционирование этой системы.

Физика резонанса вывода

Этот вопрос относится к разделу классической механики. Он давно и хорошо изучен. Методика исследования достаточно интересна и поучительна. Она заслуживает того, чтобы упомянуть о ней здесь, пусть и в справочных целях. Без попытки объяснить и свести эту задачу к первым принципам (гамильтонианам, канонически сопряженным переменным и т. п.) у читателя может закрасться сомнение в том, насколько адекватно специалисты по ускорителям понимают физический механизм, лежащий в основе резонансного медленного вывода.

Разумеется, читатели, которых не интересуют детали, могут сходу перейти к искомому уравнению (19), которое нужно для дальнейшего изложения.

Итак, в основе системы медленного вывода из У-70 лежит управляемый горизонтальный магнитооптический резонанс $3Q_x=29$, где Q_x – бетатронная частота. Он вызывается с помощью искусственной квадратичной нелинейности магнитного поля, возбуждаемой двумя семействами секступольных линз. Кратко, о методике расчета его параметров и поперечной динамике частиц.

Пусть s – расстояние вдоль равновесной орбиты, x – горизонтальное отклонение, $x' = dx/ds$. Уравнение горизонтального движения частицы в кольцевом ускорителе, построенном на магнитах с однородным (дипольным) полем и квадрупольных линзах, либо на магнитах с совмещенными функциями поворота и фокусировки, как У-70, имеет вид:

$$x'' + K(s)x = 0, \quad \text{где} \quad K(s) = \frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{(B\rho)} \frac{dB_z}{dx}. \quad (1)$$

Здесь $K(s)$ – это функция магнитной структуры ускорителя; $(B\rho) = p_0/e$ – магнитная жесткость пучка; p_0 – импульс равновесной частицы; e – элементарный заряд; B_z – вертикальное магнитное поле, разлагаемое в ряд Тейлора; $\rho(s)$ – радиус кривизны орбиты (равен ∞ в дрейфовых промежутках).

Уравнение (1) – это уравнение Хилла. Оно похоже на уравнение гармонических колебаний, с той разницей, что коэффициент $K(s)$ не постоянен, а явля-

ется известной периодической функцией. Ее период равен L , длине орбиты ускорителя. Решение этого уравнения может быть представлено в нормальной форме Флоке, очень напоминающей гармонические колебания. Для этого используются оптические функции магнитной структуры ускорителя – амплитудная функция $\beta_x(s)$ и бетатронная фаза $\psi(s)$ ($d\psi = ds/\beta_x(s)$, $\psi(0)=0$, $\psi(s+L)=\psi(s)+2\pi Q_x$):

$$x(s) = \sqrt{\beta_x(s)} \varepsilon \cos(\psi(s) + \psi_0). \quad (2)$$

Здесь ψ_0 – начальная фаза; ε – произведение полуосей фазового эллипса на плоскости $(x; x')$. ε имеет смысл геометрического (ненормализованного) эмиттанса согласованного пучка, который мог бы разместиться внутри области, охваченной фазовой траекторией.

При наличии квадратичной нелинейности магнитного поля в уравнении (1) появляется нелинейное возмущение, квадратичное по отклонению,

$$x'' + K(s)x + \frac{1}{2!} \frac{1}{(B\rho)} \frac{d^2 B_z}{dx^2} x^2 = 0. \quad (3)$$

Уравнение движения (3) порождается Гамильтонианом вида

$$H(x, x', s) = \frac{1}{2} x'^2 + \frac{1}{2} K(s) x^2 + \frac{1}{3!} \frac{1}{(B\rho)} \frac{d^2 B_z}{dx^2} x^3. \quad (4)$$

В этом можно убедиться, воспользовавшись канонической записью

$$\frac{dx}{ds} = \frac{\partial H}{\partial x'} = x', \quad \frac{dx'}{ds} = -\frac{\partial H}{\partial x}. \quad (5)$$

Угол $\phi(s) = \psi(s)/Q_x$ можно использовать в качестве новой независимой переменной. Тогда выбор координат (X, P) фазовой плоскости в виде

$$\begin{aligned} X(\phi) &= \frac{x}{\sqrt{\beta_x}} = \sqrt{\varepsilon} \cos(Q_x \phi + \psi_0), \\ P(\phi) &= \frac{dX}{d\phi} = -Q_x \sqrt{\varepsilon} \sin(Q_x \phi + \psi_0) \end{aligned} \quad (6)$$

позволяет свести невозмущенное поперечное движение к простому гармоническому осциллятору. Он имеет круговые фазовые траектории на плоскости $(X; P/Q_x)$, смотри Рис. 2.

С углом ψ канонически сопряжена переменная действия J , равная

$$J = \frac{1}{2} Q_x \varepsilon. \quad (7)$$

Переход к переменным $(\psi; J)$ в уравнении (4) приводит к

$$\begin{aligned} H(\psi, J, \phi) &= \\ &= J Q_x + \frac{1}{3!} \frac{1}{(B\rho)} \left(\frac{2J}{Q_x} \right)^{3/2} \left[Q_x^2 \beta_x^{5/2} \frac{d^2 B_z}{dx^2} \right] \cos^3(Q_x \phi + \psi_0). \end{aligned} \quad (8)$$

Функция в квадратных скобках периодична по фазе ϕ с периодом 2π . Поэтому спектр ее разложения в комплексный ряд Фурье содержит все гармоники вида $\exp(im\phi)$, где m – произвольное целое число, положительное или отрицательное. В свою очередь сомножитель $\cos^3(\dots)$ имеет в своем спек-

ре низшие нечетные гармоники вида $\exp(\pm i3Q_x\phi)$ и $\exp(\pm iQ_x\phi)$. По постановке задачи $3Q_x$ близко к $k=29$. Поэтому в правой части (8) будут присутствовать два медленно изменяющихся слагаемых, пропорциональных $\exp(\pm i3(Q_x - k/3)\phi)$. Они отвечают за систематическое воздействие резонанса на пучок и удерживаются в правой части (8), приводя к укороченному Гамильтониану

$$H_1(\psi, J, \phi) = JQ_x + \frac{1}{4!} \frac{1}{(B\rho)} \left(\frac{2J}{Q_x} \right)^{3/2} \cdot Q_x^2 \left\langle \beta_x^{5/2} \frac{d^2 B_z}{dx^2} \right\rangle_k \cdot \cos(3\delta Q_x \phi + 3\psi_0 - \phi_k). \quad (9)$$

Здесь $\delta Q_x = Q_x - k/3$ обозначает расстояние до резонанса по бетатронной частоте; $\langle f \rangle_k \propto \exp(i\phi_k)$ есть комплексная амплитуда k -той гармоники разложения $f(\phi)$ в ряд Фурье по ϕ , ϕ_k – аргумент $\langle f \rangle_k$.

Традиционно, учитывая вид возмущающей добавки в уравнении движения (3), силу гармоники квадратичной нелинейности магнитного поля (иногда ее именуют просто «секступольной гармоникой») принято характеризовать комплексным коэффициентом S_k

$$S_k = \frac{1}{2!} \frac{1}{(B\rho)} \int_0^L \beta_x^{3/2} \frac{d^2 B_z}{dx^2} \exp(-ik\phi(s)) ds, \\ [S_k] = 1/\sqrt{M}. \quad (10)$$

Для практических расчетов используется сглаживающая подмена $\phi(s) \rightarrow 2\pi s/L$ в экспоненте. Использование представления (10) в выражении (9) приводит его к виду

$$H_1(\psi, J, \phi) = JQ_x + \frac{1}{24\pi} \left(\frac{2J}{Q_x} \right)^{3/2} Q_x |S_k| \cdot \cos(3\delta Q_x \phi + 3\psi_0 - \phi_k). \quad (11)$$

Теперь можно ввести разностную бетатронную фазу θ

$$\theta = \psi - \frac{k}{3} \phi = \left(Q_x - \frac{k}{3} \right) \phi = \delta Q_x \phi. \quad (12)$$

Ее использование означает переход на фазовую плоскость $(X; P/Q_x)_1$, вращающуюся относительно исходной $(X; P/Q_x)$ с частотой резонансной гармоники $k/3$. На плоскости $(X; P/Q_x)_1$ исследуемая система становится автономной с Гамильтонианом

$$H_2(\theta, J) = J\delta Q_x + \frac{1}{24\pi} \left(\frac{2J}{Q_x} \right)^{3/2} \cdot Q_x |S_k| \cos(3\theta + 3\psi_0 - \phi_k). \quad (13)$$

В отсутствие возмущения ($S_k=0$) частица скользит относительно резонансной фазы $k\phi/3$, двигаясь по круговым фазовым траекториям на плоскости $(X; P/Q_x)_1$, смотри Рис. 2. Это следует из канонических уравнений движения

$$\frac{d\theta}{d\phi} = \frac{\partial H_2}{\partial J} \Big|_{S_k=0} = \delta Q_x, \quad \frac{dJ}{d\phi} = -\frac{\partial H_2}{\partial \theta} \Big|_{S_k=0} = 0. \quad (14)$$

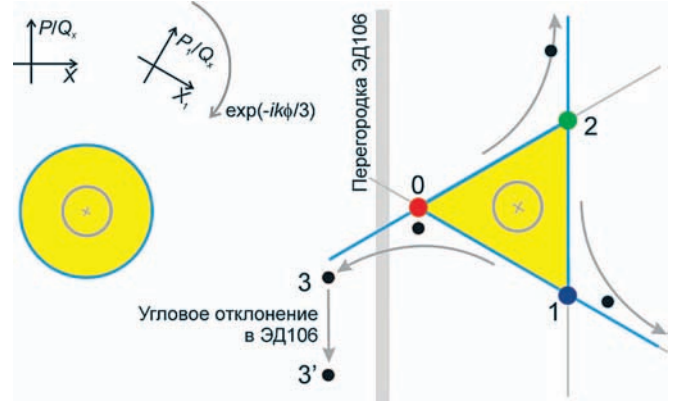


Рис. 2. Фазовые портреты пучка при медленном резонансном выводе.

При $|S_k| > 0$ фазовые траектории на плоскости $(X; P/Q_x)_1$ становятся периодическими по углу θ с периодом $2\pi/3$. Появляются три особые (узловые) точки, угловые координаты $\theta_{0,1,2}$ которых не изменяются. Это означает их точную синхронность с фазой $k\phi/3$ резонансной гармоники – захват в резонанс. Стационарные координаты $J_{0,1,2}$ узловых точек по переменной действия J находятся из уравнений движения, порождаемых Гамильтонианом (13). Они удовлетворяют равенству

$$\sqrt{\frac{2J_{0,1,2}}{Q_x}} = 8\pi \frac{|\delta Q_x|}{|S_k|}. \quad (15)$$

Три узловые точки $(\theta; J)_{0,1,2}$ задают геометрию сепаратрисы, разделяющей области ограниченного (финитного циклического) и неограниченного (неустойчивого) движения. Сепаратриса имеет вид равностороннего треугольника с вершинами $(\theta; J)_{0,1,2}$ и центром на оси пучка, смотри Рис. 2. Частицы могут удаляться от оси пучка по фазовым траекториям, примыкающим к трем лучам, уходящим из узловых точек вдоль продолжений сторон треугольника.

Топология фазовой плоскости в условиях резонанса вывода показана на Рис. 2. Точка наблюдения соответствует положению электростатического дефлектора ЭД106 (отрицательная координата x его перегородки), причем для простоты ЭД106 считается коротким. Картина фазовых траекторий поворачивается на угол $2\pi/3$ на каждом обороте пучка по орбите. Схематически, движение узловой точки $(\theta; J)_0$ на трех последовательных оборотах (красном, синем и зеленом) показано на Рис. 3. Исходная геометрия фазовой плоскости восстанавливается через каждые 3 оборота. Поэтому частица, вышедшая в область неустойчивого движения вблизи выбранной особой точки $(\theta; J)_0$, имеет в своем распоряжении 3 оборота на развитие начального отклонения. (На двух из этих оборотов частица проходит по положительной координате x , в удалении от перегородки, смотри Рис. 2). Это увеличивает ее шансы быть заброшенной за тонкую перегородку дефлектора ЭД106 без потерь.

Ориентация и размер треугольника на Рис. 2 настраивается с помощью двух пар секступольных линз S12, 72 и S42, 102. Их токи возбуждения выбираются по правилу

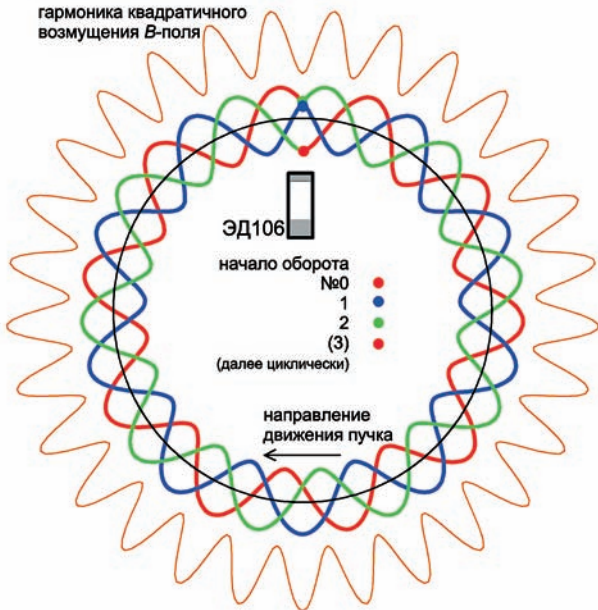


Рис. 3. Резонансная гармоника магнитного поля и орбитальное движение особых точек.

$$I_{S12} = -I_{S72} = I \cos \xi, \quad I_{S42} = -I_{S102} = I \sin \xi. \quad (16)$$

Тогда $|S_k| \propto I$ определяет размер треугольника, а $\arg S_k = \phi_k \propto \xi$ – его ориентацию в точке наблюдения. (На Рис. 3 ведомая трехцветная траектория вершин треугольника смещается по орбите вслед за ведущей гармоникой поля, внешней коричневой кривой, фаза которой есть ϕ_k .) Разные знаки токов возбуждения аннулируют побочный магнитооптический эффект – влияние линз на вектор хроматичности (χ_x, χ_z) ускорителя.

Теперь допустим, что круг в левой части Рис. 2 представляет собой невозмущенный поперечный фазовый портрет пучка на плоскости $(X; P/Q_x)_1$ перед выводом. Площадь этого круга

$$A_0 = \pi \varepsilon = \pi \frac{a_x^2}{\beta_x} \quad , \quad (17)$$

где ε – геометрический эмиттанс пучка; a_x – амплитуда горизонтальных бетатронных колебаний.

При медленных изменениях внешних параметров фазовый портрет пучка ведет себя как «капля» несжимаемой жидкости. Частным случаем проявления внешних возмущений является медленное включение резонанса вывода. Это достигается за счет контролируемого уменьшения отношения $|\delta Q_x / S_k|$. Фазовый портрет пучка постепенно деформируется к треугольной форме, показанной в правой части Рис. 2. Вывод пучка начинается, когда фазовая площадь A_Δ треугольника устойчивости уменьшается настолько, что «капля» площади A_0 перестает размещаться внутри треугольника ($A_0 \geq A_\Delta$). Избыток фазовой жидкости выдавливается в область неустойчивого движения. Это, собственно, и означает вывод.

Согласно уравнениям (6) и (7) правая часть равенства (15) есть радиус узловой точки – вершины треугольника относительно его центра. Этот треу-

гольник равносторонний, что позволяет легко найти его площадь

$$A_{\Delta} = 48 \pi^2 \sqrt{3} \frac{|\delta Q_x|^2}{|S_k|^2} . \quad (18)$$

Теперь из неравенства $A_0 \geq A_\Delta$ приходим к условию резонансного вывода в искомом виде

$$\begin{aligned} |\delta Q_x| &\leq \frac{1}{4\sqrt{3}\pi\sqrt{3}} |S_k| \frac{a_x}{\sqrt{\beta_x}} = \frac{1}{16.16} |S_k| \frac{a_x}{\sqrt{\beta_x}}, \\ \max |\delta Q_x| &= \frac{1}{16.16} |S_k| \sqrt{\max \varepsilon}. \end{aligned} \quad (19)$$

В ускорителе У-70 при $|S_{29}|=80 \text{ м}^{-1/2}$ и $\max \varepsilon=2 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ полуширина полосы резонанса составляет $\max |\delta Q_x|=7 \cdot 10^{-3}$. Это совсем немного на фоне резонансной частоты $Q_x=9.667$.

Способы наведения и диаграмма Стейнбаха

Так называется двумерный график, позволяющий визуализировать процессы при медленном выводе на более высоком уровне обобщения физической картины по сравнению с Рис. 2. Диаграмма носит имя своего автора, Ch. Steinbach, CERN.

Обычно для построения диаграммы Стейнбаха используется плоскость $(Q_x; a_x)$, где Q_x – частота, a_x – амплитуда бетатронных колебаний. Однако такая ориентация осей координат оказывается не слишком удобной для У-70. Для него лучше выбрать плоскость $(a_x; Q_x)$ или, точнее, $(a_x; \delta Q_x)$ с $\delta Q_x = Q_x - 29/3$. Этому выбору мы следуем в дальнейшем, смотри Рис. 4.

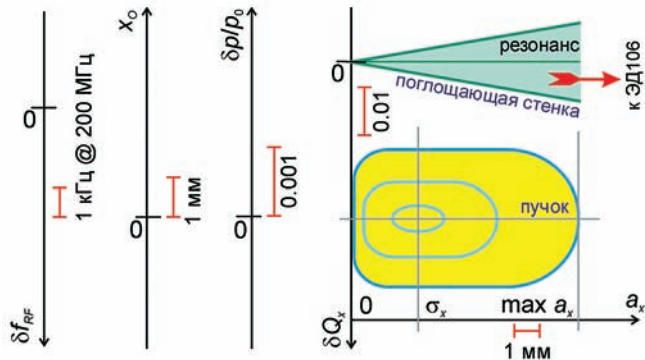


Рис. 4. Диаграмма Стейнбаха для медленного вывода пучка.

На этом рисунке (зеленый) равнобедренный треугольник с вершиной в точке начала координат ($a_x, \delta Q_x$) является графическим образом резонанса вывода $3Q_x=29$. По сути, это графическое представление неравенства (19). Частицы с бетатронной амплитудой $a_x=0$ начинают выводиться (быстро увеличивать амплитуду колебаний в направлении красной стрелки), только попав точно в резонанс, $\delta Q_x=0$. Для частиц с $a_x>0$ вывод начинается уже на известном отдалении от (горизонтальной) линии точного резонанса. Ширина разрешенной полосы растет прямо пропорционально a_x . Коэффициент пропорциональности зависит от амплитуды $|S_k|$ гармоники квадратичной нелинейности магнитного поля.

В нижней части Рис. 4 желтым цветом показан портрет пучка перед началом процесса вывода. Замкнутые синие кривые – это линии уровня двумерной функции распределения $F(a_x, \delta Q_x, t=0)$.

Проекция портрета пучка на ось абсцисс $\int F d\delta Q_x$ близка к распределению Рэля по a_x для пучка со среднеквадратичным размером σ_x . Апертурные ограничения в ускорителе обрезают эту функцию на уровне $\max a_x$.

Проекция портрета пучка на ось ординат $\int F da_x$ есть функция распределения пучка по бетатронным частотам. В момент времени $t=0$ эта функция обычно похожа на перевернутую параболу с размахом $\pm A/2$ по основанию.

На Рис. 4 правильно воспроизведены размеры и пропорции объектов диаграммы и расстояния между ними, характерные для режима медленного вывода из У-70. Масштаб единицы измерения по оси координат указан красным отрезком. В качестве дополнительной иллюстрации на Рис. 5 показано более точное, расчетное представление линий уровня для двумерного распределения пучка в обсуждаемых предположениях. Ось абсцисс измеряется в единицах σ_x , а ординат – в единицах $A/2$.

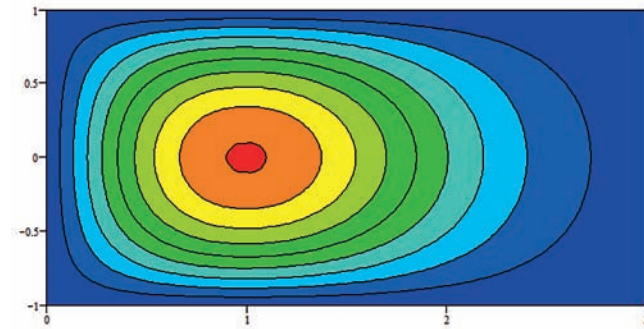


Рис. 5. Портрет пучка на плоскости $(a_x; \delta Q_x)$ перед выводом.

Обычно в протонном синхротроне частота бетатронных колебаний Q_x , частота резонансного ускорения f_{RF} (радиочастота) и отклонение x_0 от радиуса равновесной замкнутой орбиты зависят от отклонения $\delta p = p - p_0$ импульса частицы p от его равновесного значения p_0 . В первом приближении эта зависимость линейна:

$$\delta Q_x = \chi_x \frac{\delta p}{p_0}, \quad (20)$$

$$\frac{\delta f_{RF}}{f_{RF}} = -\eta \frac{\delta p}{p_0}, \quad \eta = \alpha - \frac{1}{\gamma^2}. \quad (21)$$

$$x_0 = D_x \frac{\delta p}{p_0}. \quad (22)$$

Здесь χ_x – горизонтальная хроматичность; η – фактор скольжения частоты обращения, α – коэффициент расширения орбит, γ – релятивистский фактор; D_x – горизонтальная дисперсионная функция на азимуте измерения отклонения x_0 .

Эти соотношения позволяют заменить ось ординат на диаграмме Стейнбаха, смотри Рис. 4. Конкретный выбор всегда зависит от решаемой задачи.

Так, для целей стохастического вывода наиболее удобно использовать плоскость $(a_x; \delta p/p_0)$. На плоскости $(a_x; x_0)$ проще отобразить образ внутренней мишени или кристаллического дефлектора для решения вопросов диффузионного наведения пучка на эти устройства. Ось δf_{RF} нужна для правильного позиционирования ВЧ сепаратрис вспомогательного ускоряющего поля и частотного спектра рабочего шума наведения по отношению к пучку и резонансу вывода. Все эти варианты используются для расчета параметров рабочих режимов вывода.

Процессом наведения называется процедура дозированной и управляемой извне доставки частиц из ожидающего пучка (желтый закругленный прямоугольник на Рис. 4) к резонансу вывода (зеленый треугольник там же). Попав внутрь области резонанса, частицы уходят из ускорителя за 200–1000 оборотов по орбите или 1–5 мс. Это очень короткое время в масштабе длительности вывода (0.3–3.5 с). Поэтому область внутри зеленого треугольника на Рис. 4 быстро опустошается, а граница полосы резонанса фактически играет роль поглощающей стенки (стока), принимающей поток Φ частиц на вывод.

Для начала рассмотрим диаграмму Стейнбаха на плоскости $(a_x; \delta Q_x)$, Рис. 4. На ней положение образа резонанса вывода всегда жестко привязано к ординате $\delta Q_x = 0$. При выводе речь может идти только о транспортировке тем и или иным способом частиц из пучка с распределением $F(a_x, \delta Q_x, t)$ в направлении резонанса. Иными словами, на плоскости $(a_x, \delta Q_x)$ всегда «пучок идет к резонансу», а никак не наоборот.

Как известно из курса общей физики, возможны два механизма организации направленных потоков частиц. Во-первых, это поступательный перенос (дрейф, конвекция) со скоростью V по координате $y = \delta Q_x$, когда

$$\Phi = \int da_x F V. \quad (23)$$

Во-вторых, это диффузия с коэффициентом D и

$$\Phi = \int da_x D \frac{dF}{dy}. \quad (24)$$

Разумеется, возможна и суперпозиция этих механизмов транспортировки частиц или диффузия, скажем, только по бетатронной амплитуде a_x (в У-70 не применяется).

Обычный медленный вывод пучка из У-70 использует дрейфовое наведение (23), а стохастический – шумовое диффузионное наведение (24).

Важные оттенки различий между этими двумя опциями медленного вывода пучка из ускорителя У-70 проявляются при переходе к диаграмме Стейнбаха, построенной на плоскости $(a_x; \delta p/p_0)$, Рис. 4.

Действительно, при обычном наведении (23) пучок ни ускоряется, ни замедляется. Поэтому его распределение по импульсу $\int F da_x$ остается неизменным и жестко привязанным к линии постоянного импульса $\delta p/p_0 = 0$. Теперь при изменении бетатронной частоты пучка (линза Q38) «резонанс идет к пучку» вдоль оси ординат с относительной скоростью V/χ_x . (Впрочем, это обстоятельство никак

не отменяет дрейфовый принцип наведения (23). Все дело в выборе системы отсчета.)

В результате на Рис. 4 зеленый треугольник резонанса перемещается сверху вниз к желтому портрету пучка и своей кромкой отбирает (коллимирует) частицы для вывода. При таком наведении происходит своеобразная развертка распределения пучка по импульсу $\delta p/p_0$ и бетатронной амплитуде a_x . В начале отбираются частицы с большими положительными отклонениями $\delta p/p_0$ и большими амплитудами a_x . Вывод завершается при отрицательных $\delta p/p_0$ и малых a_x .

Наиболее неприятно возникающее при этом систематическое смещение центрального импульса выводимой фракции пучка. Оно приводит к эффекту т. н. «пробежки», когда трасса выводимого пучка в пределах кольца, в канале транспортировки и на внешней мишени изменяется во время вывода при постоянных токах питания магнитооптических элементов. Этот эффект хорошо замечен потребителям пучка на экспериментальных физических установках.

При шумовом наведении (24) происходит медленное стохастическое ускорение частиц пучка, изменяющее вид (диффундирующего вверх по ординате $\delta p/p_0$) распределения по импульсу $f F d a_x$. Линза Q38 не используется, и бетатронная частота Q_x на центральной орбите пучка, ожидающего вывода, остается неизменной. Это означает, что положение зеленого треугольника резонанса на Рис. 4 остается неизменным. Можно утверждать, что теперь снова «пучок идет к резонансу». Правда на этот раз, при посредничестве диффузионного потока частиц, направленного в сторону увеличения ординаты $\delta p/p_0$. Процесс вывода становится почти стационарным, токи возбуждения элементов магнитной оптики не изменяются, а эффект «пробежки» по импульсу отсутствует.

При переходе к шумовому наведению появляется оперативная свобода в выборе начального положения и направления перемещения рабочей точки для выводимой фракции пучка на плоскости бетатронных частот (Q_x ; Q_z). Это направление задается корректируемым вектором хроматичности кольца (χ_x ; χ_z). Такая возможность была успешно опробована на практике в весеннем (2009 г.) сеансе работы У-70. При обычном наведении на резонанс с помощью линзы Q38 рабочая точка перемещается только параллельно вектору (-0.03; +0.02). Его компоненты показывают фактическое изменение рабочей точки при обычном медленном выводе.

Диаграмма Стейнбаха для У-70. Еще одно уточнение

На самом деле, стохастический вывод, реализованный в ускорителе У-70, имеет еще одну важную особенность. Она не была представлена на исходной диаграмме Стейнбаха, построенной на Рис. 4.

Дело в том, что по техническим причинам рабочий шум наведения вносится как фазовый шум $\delta\phi(t)$ вы-

сокачастотного несущего колебания радиочастоты $\omega_{RF}/2\pi \approx 200$ МГц (кратность $q=990$). Поэтому напряжение, действующее на пучок, представимо в виде

$$V(t) = V_{RF} \cos(\omega_{RF}t + \phi_0 + \delta\phi(t)) \cong \\ \cong V_{RF} \cos(\omega_{RF}t + \phi_0) - V_{RF} \delta\phi(t) \sin(\omega_{RF}t + \phi_0). \quad (25)$$

Первое слагаемое является детерминированным гармоническим несущим колебанием. Из-за него, как и в обычном режиме ускорения, на продольной фазовой плоскости (ϕ ; $\delta p/p_0$) появляется 990 ВЧ сепаратрис, возможно и пустых. Их импульсный размер определяется амплитудой V_{RF} .

Амплитуда $u(t) = V_{RF} \delta\phi(t)$ второго слагаемого является случайным низкочастотным сигналом со спектром $P(\Omega)$, имеющим верхнюю граничную частоту $\Omega_{1/2}$ по уровню половинной мощности. Это и есть тот самый аддитивный шум наведения, который действует на пучок в его (сопровождающей) системе координат.

Таким образом, мы приходим к модифицированной диаграмме, показанной на Рис. 6. На ней появилась горизонтальная полоса, представляющая упомянутые ВЧ сепаратрисы. Положение их центрального импульса на оси ординат управляется точным подбором радиочастоты ω_{RF} . Оно выбирается так, чтобы перед началом вывода рабочая полуширина резонанса вывода, измеренная в единицах $\delta p/p_0$, целиком размещалась в верхней половине сепаратрис и существовал зазор между пучком и нижней ветвью сепаратрисы. Этим предотвращается преждевременный вывод частиц.

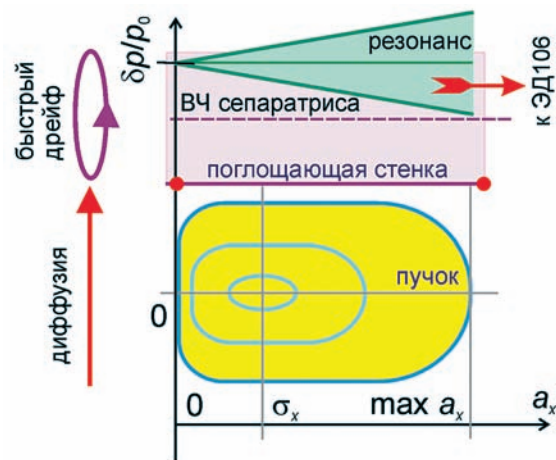


Рис. 6. Диаграмма Стейнбаха для стохастического вывода из У-70.

Каковы же преимущества такого технического решения? Их несколько.

Во-первых, период циклического (синхротронного) движения внутри сепаратрис составляет всего 1–1.5 мс. Это очень быстрое движение, которое «мгновенно» доводит частицы до резонанса вывода. Поэтому теперь мы вправе рассматривать нижнюю ветвь сепаратрис как эффективную поглощающую стенку (сток) для краевой задачи диффузии. Важно, что положение этой стенки, в отличие от исходной диаграммы на Рис. 4, не зависит от a_x . Одно решение уравнения диффузии будет представлять все бетатронные амплитуды в пучке. Упрощается

процесс управления выводом, поскольку поток частиц более не будет зависеть от функции распределения по a_x в ожидающем пучке.

Во-вторых, внутренняя область сепаратрисы становится ловушкой для частиц, задерживающей их в зоне действия резонанса вывода. При неблагоприятном стечении обстоятельств возможен повторный, и даже многократный вход в область поперечного резонанса.

Еще одно преимущество принятой в У-70 схемы шумового наведения становится понятным из Рис. 7. На нем показан срез диаграммы Рис. 6 вдоль продольной фазовой плоскости (ϕ ; $\delta p/p_0$), где ϕ обозначает фазу в единицах ВЧ радиочастоты 200 МГц. На обоих рисунках используется одинаковый цветовой код. Направление к центру ускорителя – вниз. Видно, что задействованы два механизма перемешивания частиц перед их входом в резонанс. Оба способствуют уменьшению когерентных пульсаций вывода. Это случайная величина начальной фазы синхротронного движения, при которой пересекается нижняя ветвь сепаратрисы, и большой естественный разброс по частотам нелинейных синхротронных колебаний.

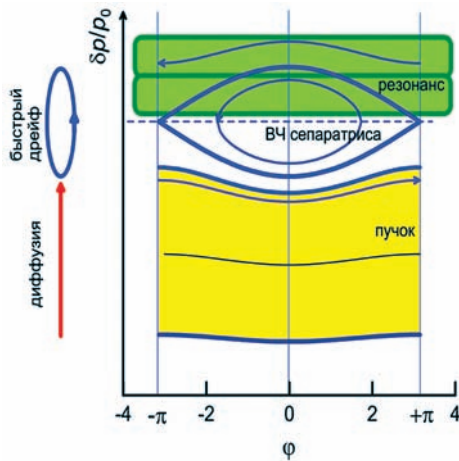


Рис. 7. Портрет пучка и ВЧ сепаратриса на продольной фазовой плоскости. Один период ВЧ поля.

Рис. 7 также подсказывает простую интерпретацию схемы шумового вывода, принятой в У-70. Внешне она напоминает обычный вывод пучка, сгруппированного на радиочастоте 200 МГц. Разница в том, что здесь взаимное положение центра сгустка и резонанса неизменно во времени. Мало-населенные сгустки с фазовой протяженностью около 2π по ϕ постоянно регенерируются за счет подпитки частицами, диффундирующими извне через сепаратрису. Она оказывается прозрачной для шумовой диффузии.

Предыстория вопроса и две схемы шумового вывода

Идея стохастического (шумового) медленного вывода пучка из протонного синхротрона была предложена в CERN в 1978 г. [2]. Автором предложения явился Симон ван дер Meer (Simon van der

Meer, фотография на Рис. 6). (Позже, в 1984 г. он получил Нобелевскую премию по физике за разработку и реализацию иного, более сложного аспекта стохастической динамики частиц в синхротроне – метода стохастического охлаждения частиц [3].)

Экспериментальная проверка принципа была успешно проведена на синхротроне CERN PS [4]. Продемонстрирован вывод с длительностью 8–9 с



(энергия протонов 24 ГэВ). При этом наблюдалась заметно улучшенная временная структура выведенного пучка. Полученный опыт позволил осуществить очень медленный вывод антипротонов (энергия 200 МэВ) из накопительного кольца LEAR [5], где длительность вывода была доведена от 1–2 до 10 ч.

Рис. 8. Simon van der Meer, 2003 г.

[http://cerncourier.com/cws/article/cern/28982/1/cernsym12_12-03] или [CERN Courier, Dec 2003, v.43, no. 10]

В работах [4] и [5] обсуждается техническая реализация первоначального, **классического варианта схемы шумового вывода**, в котором:

- ♦ Пучок является однородным вдоль азимута кольцевого ускорителя. Его фазовые траектории на плоскости (азимут, импульс) имеют простейший вид – это прямые, параллельные оси абсцисс. Есть однозначное соответствие между частотой внешней шумовой раскачки, с одной стороны, и гармоникой частоты обращения, импульсом и бетатронной частотой частицы, возбуждаемой резонансным образом, – с другой.
- ♦ Управление выводным потоком $\Phi(t)$ осуществляется путем изменения граничной частоты $\Omega_{1/2}$ в спектральной плотности мощности (спектре) т. н. *транспортного шума* $P(\Omega)$. Зона диффузии постепенно надвигается на пучок.

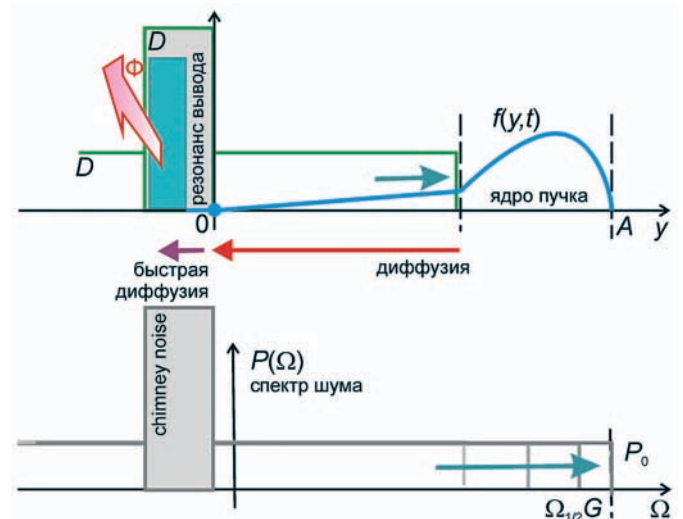


Рис. 9. Классический вариант схемы шумового вывода (CERN).

- ♦ Локальное увеличение скорости диффузии вблизи выводного резонанса достигается с помощью дополнительного источника шума, имеющего ярко выраженный резонансный спектр (т. н. *chimney* [5], «труба, дымоход»). Цель – уменьшение плотности частиц вблизи резонанса и, потому, сглаживание пульсаций вывода.

Перечисленные особенности классического варианта поясняются на Рис. 9. Из него видно, что отчасти мы имеем дело с прежней схемой дрейфового наведения (23), когда «резонанс идет к пучку». Разница лишь в том, что вместо собственно резонанса теперь передвигается его посредник – фронт области диффузии, управляемый верхней граничной частотой $\Omega_{1/2}G$ спектра транспортного шума (здесь $G(t)$ – управляющий фактор). В результате уравнение диффузии, описывающее вывод, получает существенно нестационарный коэффициент диффузии $D(y, t)$. Сам же процесс диффузии оказывается весьма непростым для анализа и практического применения. Например, в нем сложно установить рабочий закон наведения $G(t)$, обеспечивающий прямоугольные импульсы сброса. Так, в накопительном кольце CERN LEAR [5] этот закон подбирался эмпирически на пучке путем итерационной процедуры, требовавшей значительных затрат ускорительного времени.

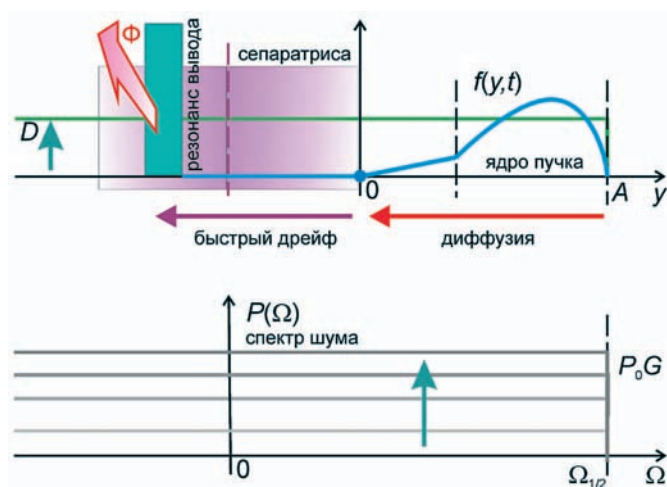


Рис. 10. Шумовой вывод из У-70.

Схема шумового вывода пучка из У-70 представлена на Рис. 10. Она заметно отличается от классического варианта по каждой из трех позиций предыдущего списка:

- ♦ Диффузия по импульсам проходит в области сильно нелинейного продольного движения в непосредственной близости от сепаратрис вспомогательного ускоряющего поля. Выводимый пучок уже не однороден по азимуту, но еще и не сгруппирован.
- ♦ Спектр шума наведения имеет фиксированную верхнюю граничную частоту $\Omega_{1/2}$, согласованную с частотой обращения частиц на дальней границе пучка. Управление выводным потоком $\Phi(t)$ осуществляется путем изменения уровня мощности $P_0 G$ спектра шума наведения $P(\Omega)$.

- ♦ Завершающий этап транспортировки частиц к выводному резонансу происходит путем поступательного движения по финитным фазовым траекториям внутри сепаратрис вспомогательного ускоряющего поля. Их внутренняя область оказывается функциональным аналогом зоны *"chimney"* (Рис. 9). Различие состоит в том, что в ней диффузионный механизм перемещения частиц заменен на заведомо более быстрое поступательное (циклическое) движение.

Выбранный для У-70 способ формирования шума наведения резко упрощает техническую реализацию электронных систем управления медленным выводом. Для этого используются цепи амплитудной модуляции случайного несущего колебания, а не более сложные схемы манипулирования граничной частотой спектра случайного сигнала.

К тому же, шум действует сразу на весь циркулирующий пучок, ожидающий вывода. Тем самым попутно формируется профиль пучка, слабо зависящий от предыстории ускорения в данном магнитном цикле. Шум «стирает память» пучка. Это способствует хорошей повторяемости импульсов сброса от цикла к циклу.

Наконец, уравнение диффузии, описывающее вывод, получает мультипликативный нестационарный коэффициент диффузии $D(y)G(t)$. Фактор $G(t)$ легко учитывается при решении соответствующей краевой задачи (переопределение временной переменной, смотри уравнения (45) далее). В результате удастся относительно просто установить рабочий закон наведения $G(t)$, обеспечивающий прямоугольные импульсы сброса, и разработать технические средства для его практической реализации.

Длительность вывода. Помехи и пульсации

Это ключевой вопрос, предоставляющий самые веские аргументы в пользу стохастического вывода.

Действительно, при реализации режима медленного вывода протонов из У-70 задействован большой объем электрофизического оборудования, смотри Рис. 1. Источники питания элементов этого оборудования далеко не идеальны. Их выходные токи поражены сетевыми наводками и помехами. В конечном счете, эти помехи приводят к пульсациям плоской вершины в импульсе тока выведенных частиц и, тем самым, ухудшают качество вывода. Относительный размах пульсаций растет по мере увеличения длительности вывода. На практике, именно неприемлемый рост пульсаций накладывает ограничение на максимальную длительность (т. н. «растяжку») сброса.

Оказывается, по своей природе стохастический вывод имеет больший, чем обычный медленный вывод, «встроенный иммунитет» по отношению к пульсациям. Поясним это утверждение с помощью простой физической модели.

Чтобы получить сопоставимые оценки пульсаций вывода и провести нужные аналогии, будем одно-

ременно рассматривать два способа наведения – обычный со скоростью переноса V (назовем его дрейфовый) и диффузионный с коэффициентом диффузии D .

Пусть y – координата, пропорциональная, скажем, $\delta Q_x = Q_x - 29/3$. Начало отсчета $y=0$ совмещено с (верхней) границей полосы выводного резонанса. Частицы, оказавшиеся внутри этой полосы, быстро удаляются из пучка. Поэтому плотность частиц $f(y, t)=0$ для $y<0$. В точке $y=0$ находится поглощающая стенка (сток), воспринимающая невозмущенный поток $\Phi(t)$ частиц на вывод.

Пульсации вывода – это процесс, быстрый в масштабе времени систематического изменения функции $f(y, t)$ и сопутствующего изменения скорости наведения $V(t)$ или коэффициента диффузии $D(t)$, обеспечивающего постоянство потока $\Phi(t)=\Phi$.

Медленным изменением функций $f(y, t)$, $V(t)$ и $D(t)$ можем пренебречь, рассматривая «мгновенные» профили пучка $f(y)$ и коэффициенты V и D .

Пульсации вывода зависят от динамики частиц, движущихся в узком буферном слое вблизи поглощающей стенки. Считаем, что в этом слое $f(y)=0$ для $y<0$, а невозмущенный поток Φ через сечение $y=0$ одинаков, но поддерживается разными механизмами транспорта частиц – переносом (дрейфом) или диффузией. Отсюда:

1. При дрейфовом наведении постоянны плотность частиц $f(y)$ и скорость их движения V в направлении к $y=0$:

$$f(y \geq 0) = \frac{\Phi}{V}, \quad \Phi = f(0)V. \quad (26)$$

2. При диффузионном наведении постоянны коэффициент диффузии D и градиент $df(y)/dy$ плотности частиц, причем $f(0)=0$:

$$f(y \geq 0) = \frac{\Phi}{D}y, \quad \Phi = D \frac{df}{dy}(0). \quad (27)$$

Это упрощенные модели, достаточные для ответа на поставленные вопросы. Схемы, иллюстрирующие оба способа наведения, показаны на Рис. 11 и Рис. 12.

Далее при необходимости будем снабжать формулы, относящиеся к механизмам наведения (26) или (27), дополнительными буквенными индексами (V) или (D) соответственно.

Предположим, что в момент времени $t=0$ происходит мгновенный скачок поглощающей стенки (стока) на координату $y=\pm a$, где $a>0$ – амплитуда внешней помехи, пересчитанная к единицам измерения y . Предельно быстрое перемещение погло-

щающей стенки – это, пожалуй, самое опасное, что можно предложить для генерации пульсационного выброса. В этом случае его размах максимален.

Сначала, используя внешние параметры a , V и D задачи, введем характерное время t_a релаксации потока частиц $\Phi(t)$ при возмущении плотности $f(y)$ с пространственным масштабом, равным амплитуде a помехи,

$$t_a = \frac{a}{V}, \quad (V) \quad (28)$$

$$t_a = \frac{a^2}{2D}. \quad (D)$$

Физический смысл величины (28V) очевиден – это обычное время пролета локализованного возмущения $f(y)$ с основанием a через выбранное сечение. Величина (28D) имеет физический смысл времени удвоения дисперсии σ^2 диффундирующего пространственного пакета, обладавшего начальной дисперсией $\sigma^2(0) = a^2$.

Решаемая задача имеет еще один пространственный параметр – это размер A пучка по координате y перед началом медленного вывода ($y \in [0; A]$). Для наших целей не будет большой ошибкой считать, что время релаксации t_A есть не что иное, как длительность медленного вывода пучка. Тогда приходим к оценке

$$t_A = \frac{A}{V}, \quad t_a \cong t_A \left(\frac{a}{A} \right), \quad (V) \quad (29)$$

$$t_A = \frac{A^2}{2D}, \quad t_a \cong t_A \left(\frac{a}{A} \right)^2. \quad (D)$$

В «хорошем» ускорителе $a \ll A$. Отсюда $t_a^{(D)} \ll t_a^{(V)}$. Потому при равных прочих условиях (совпадающих потоке Φ , длительности вывода t_A , относительном размахе помех a/A) диффузионное наведение в принципе быстрее восстанавливает «повреждения» в потоке Φ и сглаживает пульсации вывода. Рассмотрим эти процессы чуть подробнее.

Обозначим $\Phi_M > \Phi$ и $\Phi_m < \Phi$ возмущенные потоки частиц, наблюдающиеся при сдвигах поглощающей стенки на $\pm a$, соответственно (смотри Рис. 11 и Рис. 12).

Сначала рассмотрим **положительные выбросы** $\Phi_M - \Phi > 0$.

Как при дрейфовом, так и при шумовом наведении в момент $t=0$ в потоке Φ_M появляется резкий $\delta(t)$ -образный выброс (здесь $\delta(t)$ – дельта-функция). Этот выброс вызван мгновенной коллимацией и последующим выводом частиц, оказавшихся левее поглощающей стенки в закрашенной части стационарного профиля выводимого пучка, показан-

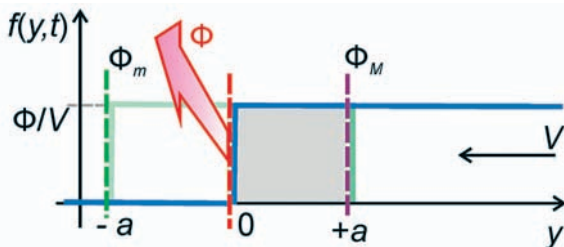


Рис. 11. Схема дрейфового наведения.

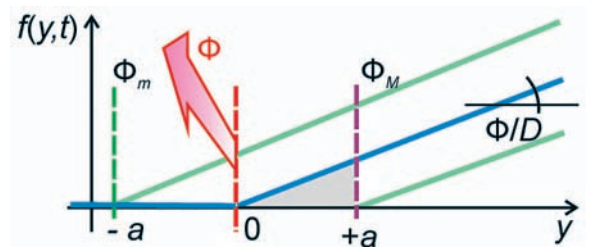


Рис. 12. Схема диффузионного наведения.

ной на Рис. 11 и Рис. 12. Легко видеть, что в обоих случаях число этих частиц равно произведению Φt_a .

При дрейфовом наведении на этом, собственно, и завершается процесс формирования положительного выброса, смотри уравнение (30V) и верхний график на Рис. 13.

Совсем иначе происходит при диффузионном наведении. Действительно, из Рис. 12 видно, что после быстрой коллимации на возмущенном профиле пучка появляется ступенька. На ней градиент плотности $df(a)/dy$ может быть сколь угодно велик. Поэтому для $t \geq 0$ возникает еще и интегрируемый затухающий выброс, представляющий всплеск диффузионного потока частиц. Его эволюцию можно проследить, решив упрощенную краевую задачу для уравнения диффузии ($D=\text{const}$) о восстановлении стационарного клинообразного профиля пучка с новым нулем $f(a)=0$ при заданном стационарном потоке Φ справа. Результат записан в уравнении (30D), где $h(t)$ обозначает ступенчатую функцию (она равна единице при $t \geq 0$ и нулю в противном случае). Схематически ход функции (30D) показан в верхней части Рис. 14.

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_M(t)}{\Phi} &= 1 + t_a \delta(t), & (V) \\ \frac{\Phi_M(t)}{\Phi} &= 1 + t_a \delta(t) + \sqrt{\frac{2t_a}{\pi t}} h(t). & (D) \end{aligned} \quad (30)$$

Теперь об **отрицательных выбросах** $\Phi_m - \Phi < 0$.

При дрейфовом наведении картина снова весьма проста. Вывод пропадает до тех пор, пока движущийся со скоростью V фронт прямоугольного профиля $f(y)$ не догонит поглощающую стенку в ее новой позиции $y=-a$ (смотри Рис. 11). Поэтому поток $\Phi_m \equiv 0$ на отрезке времени $t \in [0; t_a]$. В результате получим простую формулу (31V). Она описывает прямоугольную пульсацию Φ_m , показанную внизу на Рис. 13.

Напротив, при диффузионном наведении выброс $\Phi_m = 0$ лишь локально, в точке $t=0$. Затем диффузия быстро заполняет пустоту, возникшую было на отрезке $[-a; 0]$ в профиле пучка (смотри Рис. 12). Поток вывода немедленно восстанавливается, как то показано схематически в нижней части Рис. 14.

Так же как и формула (30D), аналитическое выражение для $\Phi_m(t)$ получается после решения краевой

задачи для уравнения диффузии. Результат приведен в уравнении (31D).

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_m(t)}{\Phi} &= 1 - [h(t) - h(t - t_a)], & (V) \\ \frac{\Phi_m(t)}{\Phi} &= 1 - g(t)h(t). & (D) \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь функция $g(t)$ записывается в виде интегрального представления

$$g(t) = \sqrt{\frac{2t_a}{\pi t}} \times \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \exp(-y^2) \frac{\sin(y\sqrt{2t_a/t})}{y\sqrt{2t_a/t}} dy, \quad (32)$$

однако вместо него далее используется весьма точная аппроксимация

$$g(t) \approx 1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{2t_a}{\pi t}}\right), \quad g(0)=1, \quad g(t \geq 2t_a) \approx \sqrt{\frac{2t_a}{\pi t}}. \quad (33)$$

Интересно заметить, что при диффузионном наведении $(\Phi_M + \Phi_m)/2 \approx \Phi$ для $t \geq 2t_a$, а законы $\Phi_M - \Phi$ и $|\Phi_m - \Phi|$, по которым положительный и отрицательный выбросы возвращаются к установившемуся уровню Φ , совпадают асимптотически. Формально, аналогичное условие выполнено тождественно для $t \geq t_a$ и при дрейфовом наведении.

Понятно, что экспериментально мы никогда не будем наблюдать идеальные бесконечные $\delta(t)$ -образные выбросы (30). Динамика выводимых частиц, оказавшихся внутри полосы действия резонанса $3Q_x=29$, сильно нелинейная. Эффект перемешивания частиц на поперечной фазовой плоскости приводит к размытию и сглаживанию мелкомасштабной временной структуры импульса сброса. Учтем формально такое сглаживание, введя операцию усреднения

$$\langle \Phi(t+\tau) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} \Phi(t') dt', \quad (34)$$

где τ есть соответствующая постоянная времени. (По сути, такое же запаздывающее усреднение происходит, когда аппаратные средства регистрации $\Phi(t)$ имеют узкую полосу пропускания $\propto 1/\tau$ и не обладают достаточным быстродействием.)

Проведем усреднение (34) сбросов (30) и (31). В результате получим оценку максимальной величины положительной пульсации

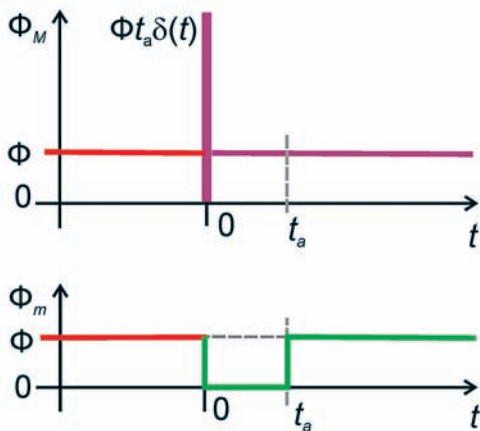


Рис. 13. Одиночный выброс (пульсация) при дрейфовом наведении.

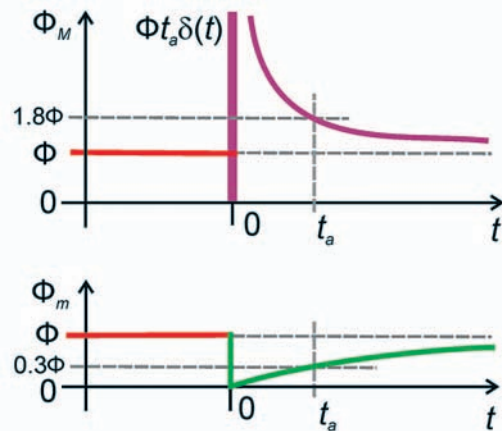


Рис. 14. Одиночный выброс (пульсация) при диффузионном наведении.

$$\frac{\Phi_{\max}}{\Phi} = \frac{\langle \Phi_M(\tau) \rangle}{\Phi} = 1 + \frac{t_a}{\tau}, \quad (V) \quad (35)$$

$$\frac{\Phi_{\max}}{\Phi} = \frac{\langle \Phi_M(\tau) \rangle}{\Phi} = 1 + \frac{t_a}{\tau} + 2\sqrt{\frac{2t_a}{\pi\tau}}. \quad (D) \quad (36)$$

Соответственно, предельные величины отрицательной пульсации составят

$$\frac{\Phi_{\min}}{\Phi} = \frac{\langle \Phi_m(\tau) \rangle}{\Phi} = \begin{cases} 0 & \text{для } \phi \leq t_a \\ 1 - \frac{t_a}{\tau} & \text{для } \tau > t_a \end{cases}, \quad (V) \quad (36)$$

$$\frac{\Phi_{\min}}{\Phi} = \frac{\langle \Phi_m(\tau) \rangle}{\Phi} \cong \exp\left(-\sqrt{\frac{2t_a}{\pi\Theta\tau}}\right) > 0. \quad (D) \quad (36)$$

где Θ – число из интервала (0; 1) (теорема о среднем значении). Далее при оценках используем $\Theta=0.25$. Это асимптотически правильное значение для $t_a/\tau \rightarrow 0$.

На Рис. 15 построены графики функций (35), (36). При дрейфовом наведении пульсационная отсечка вывода пропадет, когда $t_a < \tau$ и Φ_{\min} станет положительным. Тогда же сравняются по величине отклонения $\Phi_{\max} - \Phi = |\Phi_{\min} - \Phi|$.

Как это ни парадоксально, но при одинаковых отношениях t_a/τ диффузионное наведение ощутимо хуже дрейфового. Это видно из Рис. 15. Однако здесь на помощь приходит уравнение (29), благодаря которому при прочих равных условиях $t_a^{(D)}/t_a^{(V)} \propto a/A \ll 1$ и потому на деле диффузия все же лучше справляется с пульсациями вывода.

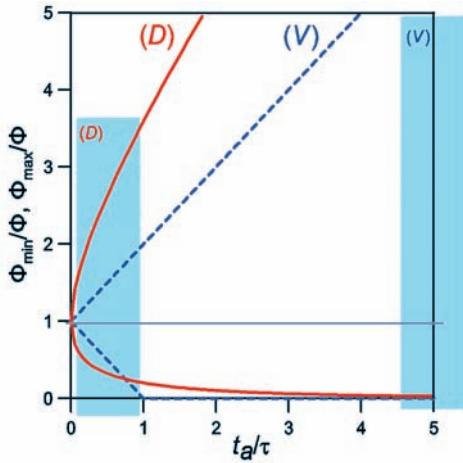


Рис. 15. Размах пульсаций медленного вывода при обычном дрейфовом (V) и стохастическом диффузионном (D) наведении. Рабочие зоны параметров для У-70 отмечены заливкой.

Для наглядности рассмотрим числовой пример, близкий к параметрам системы вывода из синхротрона У-70. Пусть $y = \delta Q_x$, а длительность медленного вывода $t_A = 2$ с. При выводе импульсный разброс циркулирующего пучка $\Delta p/p_0 = \pm 1 \cdot 10^{-3}$ и горизонтальная хроматичность $\chi_x = -15$. Тогда начальный размер пучка по координате y составит $A = 2|\chi_x \Delta p/p_0| = 3 \cdot 10^{-2}$. Пусть размах пульсаций бетатронной частоты $a = |\delta Q_x| = 6 \cdot 10^{-4}$ или $a/A = 2 \cdot 10^{-2}$ в относительных единицах. Предположим, что постоянная времени сглаживания сброса $\tau = 4$ мс (полоса $1/\tau = 250$ Гц соответствует ширине нетривиальной низкочастотной части спектров $\Phi(t)$, наблю-

дающихся экспериментально в У-70). Тогда согласно (29) $t_a^{(V)}/\tau = 10$ и $t_a^{(D)}/\tau = 0.2$. Теперь, воспользовавшись формулами (35), (36) или Рис. 15, получим:

- ♦ для дрейфового наведения $\Phi_{\max} = 11\Phi$, $\Phi_{\min} = 0$;
- ♦ для диффузионного наведения $\Phi_{\max} = 1.9\Phi$, $\Phi_{\min} = 0.5\Phi$.

Схематически, внешний вид таких сбросов показан на Рис. 16. Эта картина очень близка к той, что наблюдается экспериментально на У-70 при оперативном переключении способа наведения пучка на резонанс вывода. Кстати, давно замечено, что хорошие шумовые сбросы из У-70 длительностью t_A масштаба 1–1.5 с следуют эмпирическому правилу «2-и-1/2»: $\Phi_{\max}/\Phi \cong 2$, $\Phi_{\min}/\Phi \cong 1/2$. Это наблюдение также вполне соответствует только что проведенным оценкам.

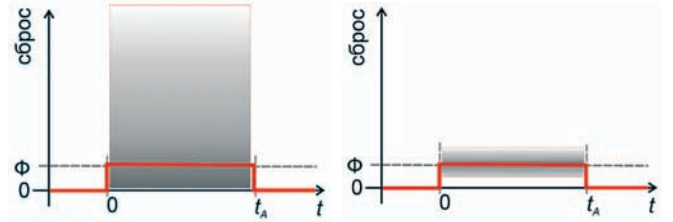


Рис. 16. Ожидаемый вид импульса сброса при обычном дрейфовом (слева) и стохастическом диффузионном (справа) наведении.

В результате многолетних усилий службы вывода У-70 [6] уровень пульсаций a/A в У-70 давно уменьшен до предела технических возможностей источников питания магнитной оптики. Поэтому к 2004–2005 годам обычный медленный вывод практически исчерпал свои возможности в плане увеличения длительности сброса t_A при сохранении его качества – малого коридора выбросов $[\Phi_{\min}; \Phi_{\max}]$ на фоне постоянного потока Φ .

Стохастический же вывод имеет существенный дополнительный резерв, формализованный в оценках (29), (35), (36) и показанный на Рис. 15. Фактически, им и удалось воспользоваться для того, что бы заметно улучшить ситуацию с медленным выводом пучка из У-70.

Шумовая диффузия в У-70.

Расчет и первые эксперименты

В У-70 процесс шумового наведения идет вне, но вблизи, пустых сепаратрис вспомогательного ускоряющего поля (смотри Рис. 7). Это область сильной нелинейности продольного движения, которую приходится учитывать. Пусть независимой переменной – координатой, вдоль которой идет диффузия, является $y = (J - J_s)/J_s \geq 0$. Здесь J обозначает переменную действия на продольной фазовой плоскости (ϕ ; $\delta p/p_0$), а J_s является значением переменной J на сепаратрисе.

Как отмечалось в комментариях к Рис. 6, в У-70 диффузия идет одинаково для всех бетатронных амплитуд a_x . Поэтому распределение пучка можно адекватно представить функцией $f(y, t) \propto \int F(a_x, J, t) da_x$.

В точке $y=0$ находится поглощающая стенка (сток), воспринимающая поток $\Phi(t)$ частиц на вывод.

Удобно считать, что начальный профиль пучка $f(y, t=0)$ нормирован на 1. Он формируется после выключения ускоряющего поля частоты 6 МГц в результате последующей потери группировки пучка и перехода к фазовому портрету, показанному на Рис. 7. Далее при шумовом выводе эволюция $f(y, t)$ управляется уравнением диффузии

$$\frac{\partial f(y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D(y) \frac{\partial f(y, t)}{\partial y} \right), \quad y \in (0, \infty), \quad t \geq 0, \quad (37)$$

где $D(y) > 0$ – коэффициент диффузии, зависящий от мощности и спектра шума. Граничные условия для краевой задачи имеют вид

$$f(y=0, t) = 0, \quad f(y=\infty, t) = 0. \quad (38)$$

Относительное число частиц $N(t)$, остающихся в пучке ко времени t , находится как

$$N(t) = \int_0^\infty f(y, t) dy, \quad N(0) = 1. \quad (39)$$

Убыль интенсивности пучка идет по закону

$$\frac{dN}{dt}(t) = Q(0, t), \quad Q(y, t) = -D(y) \frac{\partial f(y, t)}{\partial y}, \quad (40)$$

где $Q(0, t)$ есть диффузионный поток частиц извне через сепаратрису. Он направлен в сторону уменьшения координаты y . Поэтому величина $Q(0, t) < 0$. Поток частиц на вывод определен как $\Phi(t) = -Q(0, t) > 0$.

Спектральные плотности мощности шума $P(\Omega)$ рассматриваются как двусторонние функции, заданные для положительных и отрицательных частот Ω . Это четные вещественные функции частоты. Единицей измерения $P(\Omega)$ является $1^2/\text{Гц}$. Здесь под 1 следует понимать радиан для фазового (квадратурного) шума или единицы относительного изменения амплитуды для амплитудного (синфазного) шума. Выбор типа шума (фазового или амплитудного) для принятой схемы вывода не принципиален. При одинаковых спектрах $P(\Omega)$ оба они оказывают очень похожее воздействие на ожидающий пучок, движущийся при $y \geq 0$.

Дисперсия случайного напряжения $u(t)$ (смотри (25)) с нулевым математическим ожиданием вычисляется по формуле

$$\sigma_u^2 / V_{RF}^2 = 2 \int_0^\infty P(\Omega) d\Omega / 2\pi. \quad (41)$$

Пиковые отклонения случайного сигнала $u(t)$ обычно находятся в диапазоне $\pm(3-4)\sigma_u$. Аппаратные ограничения на допустимый размах в реализациях случайного сигнала устанавливают предел возможностей метода шумовой раскачки при формировании плоской вершины импульса сброса. Они же проявляются и при попытках реализации предельно коротких времен шумового вывода.

В практических расчетах используется нормализованное уравнение диффузии. Для его записи применены безразмерные величины:

частота	Ω/Ω_0 ,
спектр шума	$P/P_0, \max(P/P_0)$ порядка 1,
диффузионное время	$t_1 = t \cdot \Omega_0^2 \cdot P_0$, (42)

где Ω_0 обозначает циклическую частоту малых продольных колебаний в центре сепаратрис (в У-70 $\Omega_0/2\pi = 0.6-0.7$ кГц). В соответствии с этим выбором нормализуется и коэффициент $D(y)$. В таком именно виде он приводится далее на графике.

На Рис. 17 показан спектр используемого (фазового) шума. Технически он получается после фильтрации белого шума через фильтр нижних частот (ФНЧ) типа Butterworth порядка $n=6$. Такой фильтр создан на основе каскадного соединения трех активных RC фильтров 2-го порядка типа Sallen-Key [7]. В качестве первичного источника белого шума используется стабилитрон с лавинным механизмом пробоя. В области формирования пробоя наблюдаются спонтанные флуктуации тока и напряжения. В полосе 0–20 кГц спектр такого случайного сигнала является плоским (равномерным).

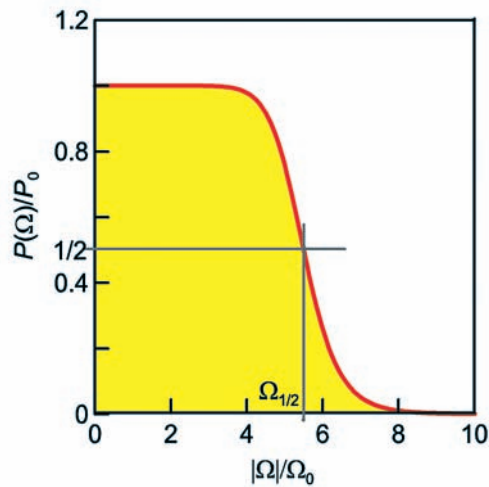


Рис. 17. Спектр фазового шума наведения.

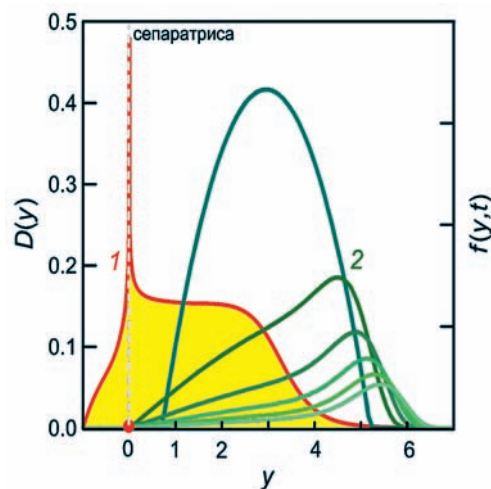


Рис. 18. Коэффициент диффузии, кривая 1. Профиль пучка в 6 равноудаленных точках безразмерного времени $t_1=0(50)250$, семейство кривых 2

Использование ФНЧ типа Butterworth для формирования спектра шума привлекательно тем, что в этом случае очень просто установить дисперсию

случайного сигнала. Действительно, интегрирование в (41) приводит к выражению

$$\sigma_u^2 / V_{RF}^2 = 2f_{1/2} P_0 \cdot \frac{\pi/2n}{\sin(\pi/2n)}, \quad (43)$$

где n – порядок фильтра; $f_{1/2}$ – частота среза по уровню -3 дБ (не круговая).

Способ расчета коэффициента диффузии $D(y)$ изложен в [8], [9], [10]. $D(y)$ является взвешенной суммой спектра $P(\Omega)$ на разных гармониках частоты нелинейных синхротронных колебаний. Веса суммирования представимы в терминах эллиптических функций и интегралов.

Кривая 1 на Рис. 18 показывает коэффициент диффузии, соответствующий спектру Рис. 17. Частота среза $P(\Omega)$ выбрана так, чтобы основание $D(y)$ не выходило за наружную границу профиля пучка при $t=0$ (перевернутая парабола на Рис. 18). Коэффициент диффузии имеет интегрируемую особенность в точке $y=0$. На том же рисунке показаны результаты численного решения уравнения диффузии. Интервал изменения безразмерного времени диффузии t_1 (42) составляет 0–250.

Шумовая раскачка не в состоянии создать только односторонние потоки. Часть пучка стремится уйти в сторону от центральной орбиты, взаимодействуя с хвостом $D(y)$. Доля убегающих частиц могла бы быть уменьшена при выборе более крутого спада $P(\Omega)$ вблизи верхней граничной частоты $\Omega_{1/2}$ спектра шума (Рис. 18). Однако технически такой выбор оказался неоправданным.

Форма профиля пучка $f(y, t)$ со временем почти перестает изменяться. В основном убывает площадь под кривой $f(y, t)$. При $t_1 > 25$ –50 решения $f(y, t)$ крайне слабо зависят от начального профиля $f(y, t=0)$. Шум действительно «стирает память» о предыстории пучка.

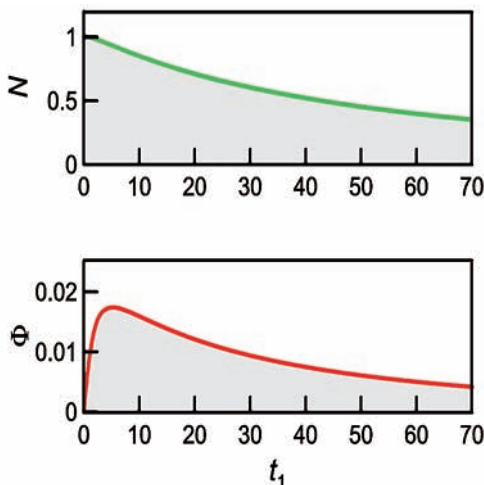


Рис. 19. Интенсивность пучка, верхняя кривая. Поток частиц на вывод, нижняя кривая.

На Рис. 19 показана эволюция интенсивности $N(t)$ циркулирующего пучка и выводного потока $\Phi(t)$, соответствующая решениям Рис. 18. Площадь под нижней кривой в пределах $t_1=0, \infty$ равна 1 (вывод всего пучка).

Первые практические работы по стохастическому выводу были проведены во время осеннего (2004 г.) сеанса У-70. Была проверена принци-

пальная возможность создания такой системы. В ходе этих работ были установлены первичные технические данные задействованных систем. Было доказано, что возможностей вспомогательной ускоряющей системы частоты 200 МГц (ее мощность, линейность и динамический диапазон фазо-частотного модуляционного тракта) достаточно для вывода 80–90% пучка с растяжкой в 2–3 с и более. Рабочий уровень мощности фазового шума P_0 составил примерно $1 \cdot 10^{-6}$ рад²/Гц на пучке.

На Рис. 20 (кривая 1) показаны результаты типичного экспериментального наблюдения импульса шумового сброса при постоянном шуме наведения. Это низкочастотная («постоянная») часть сброса. Она выделена из первичного сигнала, пораженного пульсациями, путем его фильтрации через ФНЧ 1-го порядка – обычную интегрирующую цепь с частотой среза 10 Гц (-3 дБ). Расчетная кривая в нижней части Рис. 19 и осциллограмма сигнала 1 на Рис. 20 хорошо соответствуют друг другу.

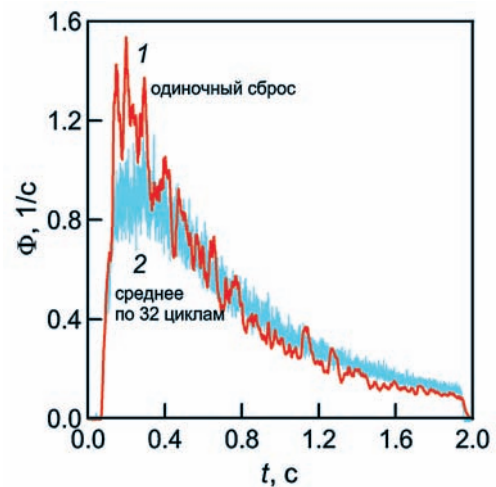


Рис. 20. Экспериментальные данные. Низкочастотная составляющая сигнала одиночного сброса, кривая 1. Средний по циклам сигнал сброса, кривая 2.

С точки зрения обработки сигналов во временной области, кривая 1 получается из полного случайного сигнала $\Phi(t)$ путем его взвешенного бегущего усреднения с постоянной времени τ масштаба $1/10$ Гц=0.1 с. Это типичное среднее по времени для данной реализации случайного процесса $\Phi(t)$. Согласно эргодической гипотезе оно должно совпадать со средним по ансамблю реализаций случайного процесса. (Достаточно потребовать, чтобы τ превышало время корреляции $\Phi(t)$.) Так оно и происходит. Кривая 2 на Рис. 20 показывает сигнал сброса, средний по реализациям – по 32 последовательным циклам ускорения (это почти 5 мин работы У-70). Для усреднения использовались встроенные средства современного цифрового осциллографа. Усредненная кривая 2 также соответствует расчету, Рис. 19.

Характеристики сбросов пучка при постоянном шуме наведения, полученные во время осеннего (2004 г.) сеанса У-70, были исключительно важны не только для верификации расчетных методик. Вид

этих сбросов является важной предпосылкой для решения задачи об импульсах вывода с плоской вершиной. Настала пора обсудить и этот вопрос.

Как получаются прямоугольные импульсы сброса?

При управляемом шумовом наведении в У-70 происходит медленное адиабатическое изменение уровня мощности шума. В результате исходный спектр $P(\Omega)$ приобретает дополнительный фактор $P(\Omega) \cdot G(t)$, и диффузия пучка становится слабо нестационарной с коэффициентом $D(y) G(t)$. Функция $G(t) > 0$ обозначает искомый закон шумового наведения (фактор форсирования шума).

При постоянном уровне шума $G(t)=1$. Тогда получаем т. н. «естественный» сброс без плоской вершины импульса $\Phi(t)$. Условимся отмечать естественные законы вывода нижним индексом «0»:

$$N(t)=N_0(t), \Phi(t)=\Phi_0(t). \quad (44)$$

Эти законы получаются при численном решении уравнения (37), Рис. 19. Они же наблюдаются при экспериментах с пучком, Рис. 20.

Однако потребителям пучка нужны (прямоугольные) импульсы сброса $\Phi(t)$ с плоской вершиной. Они получаются с помощью нужного закона шумового наведения $G(t)$. При выбранном для У-70 способе управления шумом ход дальнейших рассуждений прост и почти не требует словесных пояснений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial J} \left(D(J) \frac{\partial f}{\partial J} \right) \rightarrow N_0(t), \Phi_0(t); \\ \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial J} \left(G(t) D(J) \frac{\partial f}{\partial J} \right), \\ \frac{\partial f}{G(t) \partial t} &= \frac{\partial}{\partial J} \left(D(J) \frac{\partial f}{\partial J} \right), \\ d\tau &= G(t) dt, \rightarrow N(t) = N_0(\tau(t)), \Phi(t) = G(t) \Phi_0(\tau(t)). \end{aligned} \quad (45)$$

Таким образом, законы естественных сбросов $N_0(t)$ и $\Phi_0(t)$ являются своеобразными порождающими функциями, диктующими ход управляемого сброса,

$$N(t) = N_0 \left(\int_0^t G(t') dt' \right), \Phi(t) = G(t) \Phi_0 \left(\int_0^t G(t') dt' \right). \quad (46)$$

Дальнейшее просто. Потребуем, чтобы плоская вершина импульса вывода имела постоянную величину, равную Φ . Тогда требуемый закон убыви интенсивности пучка линеен и записывается в виде

$$N_L(t) = N(0) - \Phi t, \quad N(0) = 1. \quad (47)$$

Равенство $N_L(t)=0$ (вывод всего пучка) задает предельную длительность импульса шумового вывода с плоской вершиной, равную

$$t_A = N(0)/\Phi. \quad (48)$$

Уравнение

$$N_0(\tau) = N_L(t) = N(0) - \Phi t. \quad (49)$$

определяет неявную функцию $\tau=\tau(t)$, заданную на от-

резке $[0; t_A]$. Из нее в силу последней строки в (45) сразу находится искомый закон шумового наведения:

$$G(t) = \frac{d\tau}{dt}(t) = \frac{\Phi}{\Phi_0(\tau(t))} \text{ для } 0 \leq t \leq t_A. \quad (50)$$

На Рис. 21 показаны результаты применения этой процедуры для выравнивания выводного потока в системе с естественным сбросом Рис. 19 и $\Phi = \max \Phi_0(t)$. Тонкие линии представляют эволюцию пучка при $G(t)=1$. Закон наведения немонотонен и имеет особенности при $t=0$ и t_A .

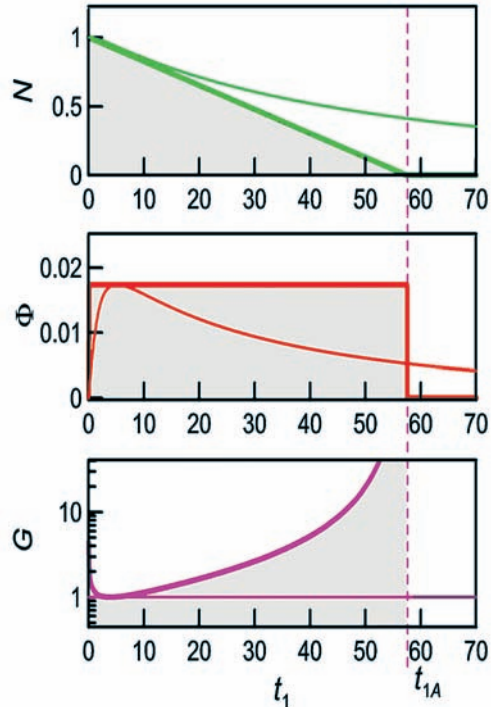


Рис. 21. Получение прямоугольного импульса вывода.

Форсирование шума в начале вывода нужно для укорочения переднего фронта импульса вывода. Уже при $G(0)=3-5$ этот фронт становится пренебрежимо малым по сравнению с длительностью вывода t_A .

Для получения идеального импульса вывода с нулевым задним фронтом потребуется сколь угодно большое увеличение уровня шума ко времени t_A . Это недостижимо технически. Поэтому **вывод 100% пучка** (как вообще, так и под плоской вершиной импульса) **с помощью только шумового наведения невозможен**. Остаток пучка всегда придется выводить другими способами (наведение линзой Q38, быстрый вывод, внутренние мишени).

Размер этого остатка, как и достижимая длина плоской вершины импульса, зависит от максимально приемлемого фактора $\max G$ форсирования шума при $t \rightarrow t_A$. После достижения этого предела функция $G(t)$ насыщается и формируется задний фронт импульса. В нем вывод идет по естественным законам, характерным для постоянного уровня мощности шума, равного $P_0 \max G$. Эти законы представлены графиками на Рис. 19. Они должны быть соответственно масштабированы по абсциссе (сжатие в $\max G$ раз) и ординате (растяжение в те же $\max G$ раз). В ускорителе У-70 используются величины $\max G \approx 15-20$.

Все перечисленные свойства импульсов вывода при шумовом наведении наблюдаются на практике.

Проблема расчета законов шумового наведения была ключевой на начальном этапе разработки системы для У-70. Дело в том, что в этом ускорителе шумовой вывод работает на пределе возможностей метода со стороны коротких времен вывода. Важно было убедиться, что аппаратно доступный размах (peak-to-peak) реализаций случайного напряжения $u(t)$ (это второе слагаемое в сумме (25)) позволяет довести до пучка уровень мощности фазового шума масштаба $(0.8-12) \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2/\text{Гц}$, достаточный для равномерного вывода 80–90% пучка за 0.3–3.5 с. Именно в этих целях в ходе осеннего (2004 г.) сеанса У-70 была выполнена обширная программа по экспериментальному изучению естественных шумовых сбросов пучка.

Примечание. Для полноты картины здесь уместно дополнить список физических аналогий между обычным дрейфовым, (26) и диффузионным, (27) механизмами наведения, начатый при обсуждении пульсаций вывода. Такие аналогии прослеживаются и в проблеме формирования прямоугольных импульсов сброса.

Действительно, рассмотрим пучок с исходным распределением $F(a_x, y)$, где $y = \delta Q_x \in [0; A]$. Пусть этот пучок поступательно движется вдоль оси y с постоянной скоростью V к стоку $y = Ka_x$, где K – угловой коэффициент линии поглощающей стенки (Рис. 4). Тогда для дрейфового наведения естественный сброс есть

$$N_0(t) = \int_{Vt+Ka_x}^A da_x \int F(a_x, y) dy, \quad (51)$$

$$\Phi_0(t) = -\frac{dN_0(t)}{dt} = \int da_x F(a_x, Vt + Ka_x) V.$$

При управляемом сбросе скорость дрейфа изменяется как $V \cdot G(t)$. Функция $G(t) > 0$ обозначает фактор форсирования скорости наведения – закон изменения бетатронной частоты Q_x или тока в квадрупольной линзе Q38. Отсюда для управляемого сброса мы сразу получим соотношения вида (46). Дальнейшие рассуждения повторяются почти дословно.

Цепь обратной связи и электронная аппаратура

Теперь, о технической реализации источника шума и закона наведения $G(t)$ в ускорителе У-70.

Первичный источник шума уже представлен в комментариях к Рис. 17.

Его задача – сформировать случайное несущее колебание постоянной мощности P_0 и требуемой формы спектра $P(\Omega)/P_0$. Границы спектра шума задают положение области диффузии относительно исходного распределения ожидающего пучка. Эта часть аппаратуры несет ответственность за форму естественных сбросов. Далее вступают в действие схемы для формирования закона наведения $G(t)$.

В принципе, такой (базовый) закон наведения мог бы быть воспроизведен с помощью генератора функций. Однако на практике в этих целях более

удобно использовать цепь обратной связи по постоянной составляющей сигнала тока выведенного пучка. Она ведет себя адаптивно и лучше справляется с недостаточной повторяемостью параметров пучка У-70 от цикла к циклу ускорения, наблюдающейся в экспериментах 2004 г.

Принципиальная схема системы обратной связи показана на Рис. 22.

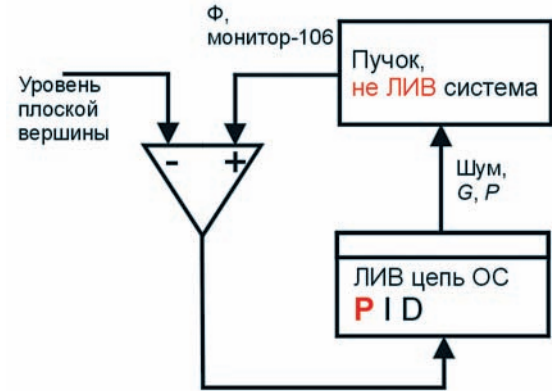


Рис. 22. Система обратной связи по току выведенного пучка.

Объектом управления является пучок при шумовой расклатке. Его поведение описывается уравнениями (46). Такая система не является линейной и инвариантной во времени. Для ее анализа нельзя использовать математический аппарат преобразования Фурье по t . Функции $N_0(t)$ и $\Phi_0(t)$ – законы естественного сброса – неизменны. Они заданы внешними параметрами пучка, ускорителя и уровнем мощности P_0 источника белого шума. Точка приложения управляющего воздействия – это закон наведения $G(t)$. Цель управления – получение прямоугольного импульса сброса с плоской вершиной Φ и длительностью $t_A = N(0)/\Phi$.

Уравнение замыкания цепи обратной связи имеет вид

$$\delta\Phi^{(tot)} = \delta\Phi^{(ext)} - \delta\Phi^{(fb)}. \quad (52)$$

Здесь $\delta\Phi^{(tot)}$ есть остаточная ошибка регулирования; $\delta\Phi^{(ext)}$ – внешняя ошибка, задаваемая сторонними факторами; $\delta\Phi^{(fb)}$ – корректирующий сигнал, вносимый цепью обратной связи.

Считаем, что события развиваются на фоне некоторого невозмущенного закона наведения $G_0(t)$. Исполняющее воздействие доводится до пучка в виде

$$G = G_0 - \delta G, \quad (53)$$

причем поправка δG к закону наведения формируется на основе наблюдаемого разностного сигнала (52)

$$\delta G = K \delta\Phi^{(tot)}, \quad (54)$$

где $K > 0$ есть постоянный коэффициент усиления, $[K] = \text{с}$. Отсюда видно, что из состава классической триады PID-регулирования (пропорциональное, интегральное, дифференциальное) мы используем лишь один, пропорциональный канал. Этого достаточно для наших целей.

В режиме малого сигнала связь между остаточной и внешней ошибкой регулирования имеет вид

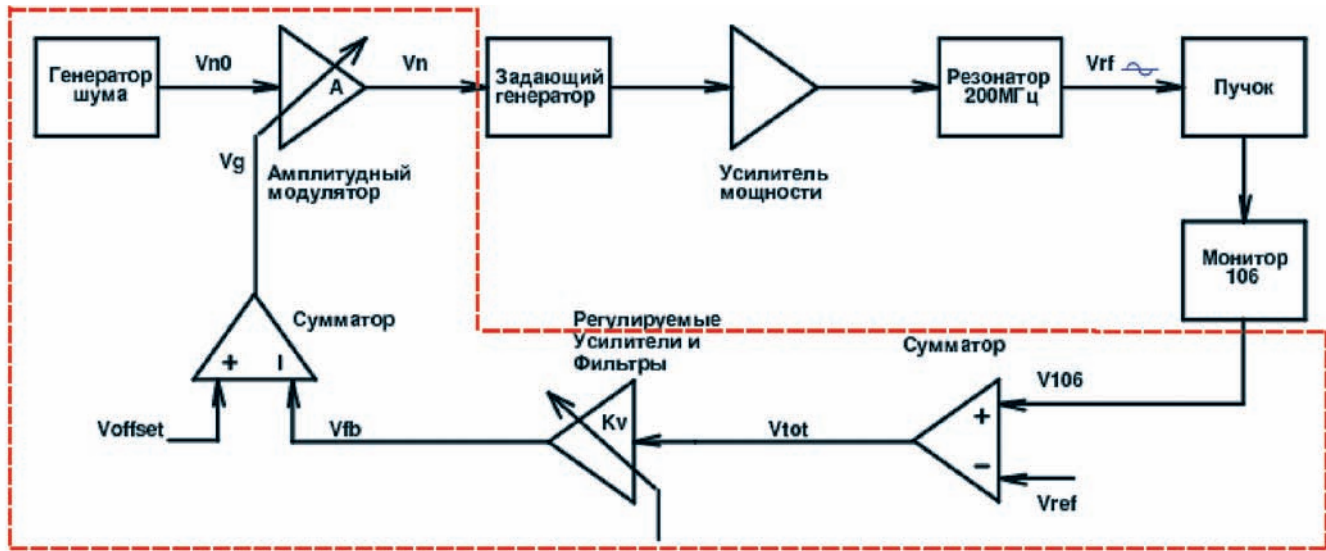


Рис. 23. Блок-схема цепи обратной связи для управления стохастическим выводом в У-70.

$$\int_0^t \delta\Phi^{(tot)}(t') dt' = \frac{1}{1 + K\Phi_0 \left(\int_0^t G_0(t') dt' \right)} \int_0^t \delta\Phi^{(ext)}(t') dt'. \quad (55)$$

По сути, рассматриваемая цепь обратной связи обслуживает интегральную ошибку сигнала сброса, накопленную к текущему моменту t . Такова природа объекта управления. По этой причине добавление к (54) сигнала интеграла ошибки (PI-регулирование) оказывается избыточным. Ошибка в скорости изменения выводимого потока несущественна для потребителей пучка. Поэтому дифференциальный (D) канал регулирования в (54) также не нужен. (В реальных условиях система функционирует в нелинейном режиме «большого сигнала».)

Второе слагаемое в знаменателе формулы (55) имеет смысл совокупного коэффициента усиления вдоль замкнутого контура обратной связи. Он зависит от времени t . Нестационарной оказывается передаточная функция пучка.

Уравнение (55) описывает работу сразу двух каналов управления:

1. Цепь с обратной связью по постоянному сигналу. Ее назначение – формирование плоской вершины сброса. В этом случае $G_0(t)=1$, а внешняя ошибка суть отклонение естественного сброса от желаемого, прямоугольного,

$$\delta\Phi^{(ext)}(t) = \Phi_0(t) - \Phi. \quad (56)$$

2. Цепь с обратной связью по переменному сигналу. Ее назначение – подавление пульсаций вывода. В этом случае предполагается, что невозмущенный закон наведения $G_0(t)$ уже сформирован 1-м каналом управления. Он обеспечивает прямоугольный сброс. Потому знаменатель выражения (55) принимает вид $1 + K\Phi/G_0(t)$. Внешняя ошибка имеет смысл переменной составляющей (пульсаций) сигнала вывода, наблюдаемой при разомкнутой цепи обратной связи,

$$\delta\Phi^{(ext)}(t) = \Phi(t) - \Phi. \quad (57)$$

На практике вычитание постоянной составляю-

щей происходит за счет использования фильтра верхних частот (ФВЧ).

Рабочий комплект аналоговой электронной аппаратуры низкого уровня мощности для стохастического вывода, использующий этот алгоритм управления, был разработан, изготовлен, испытан на стенде и установлен в стойке управления главного пульта управления У-70 (здание 1А).

Реализована блок-схема, показанная на Рис. 23, где вновь созданное оборудование обведено пунктиром, включая две трассы транспортировки технологических сигналов:

1. Шумовой сигнал наведения транслируется с главного пульта У-70 по защищенной трассе длиной около 1 км к задающему генератору ВЧ ускоряющей системы частоты 200 МГц. Он расположен в технологическом здании 5/6 ускорительного комплекса У-70. Используется кабель типа «витая пара», магистральный усилитель (коэффициент усиления 50) и выходной аттенуатор.

2. Технологический сигнал тока выведенного пучка передается от монитора-106 из кольцевого зала на главный пульт У-70 по трассе длиной около 150 м. Используется схема вычитания синфазных сетевых наводок с дифференциальным усилителем.

В экспериментах с пучком подтверждено, что в обеих трассах получено отношение «сигнал-шум (сетевые наводки)» не хуже 10^3 .

Вся остальная аппаратура является прецизионной, обладает малым собственным шумом и хорошо защищена от сетевых наводок. В ее состав входят четыре 160 мм функциональных модуля, выполненных в стандарте «Вишня-160» (смотри Рис. 24):

Назначение	
Модуль 1:	Предварительное формирование сигнала обратной связи
Модуль 2:	Управляемый амплитудный модулятор
Модуль 3:	Генератор белого шума
Модуль 4:	Формирование низкочастотного спектра шумового несущего колебания

Цепь с обратной связью по постоянному сигналу имеет полосу пропускания 0–10 Гц, а по перемен-

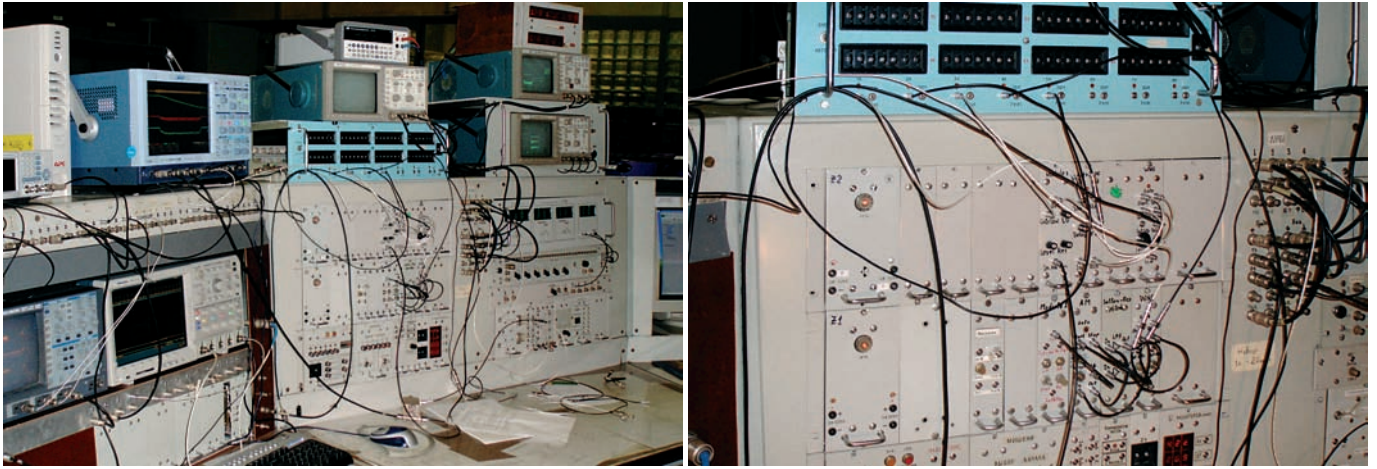


Рис. 24. Электроника системы стохастического вывода, установленная на главном пульте управления У-70.

ному – 10–50 Гц (по уровню -3 дБ). Коэффициенты усиления каналов могут быть установлены отдельно.

Каскадное соединение и коммутация обрабатываемых сигналов осуществляется через ВЧ разъемы на лицевых панелях модулей. В исследовательских целях предусмотрена возможность дискретного изменения частот среза в фильтрах нижних и верхних частот, полярности опорного напряжения в устройстве сравнения и знака обратной связи. Выведены нужные контрольные и измерительные сигналы.

Стохастический вывод с плоскими вершинами сброса был впервые получен в осеннем (2005 г.) сеансе У-70. Энергия 50 ГэВ. Интенсивность выве-

денного пучка $2-5 \cdot 10^{12}$ протонов в импульсе. Электронная аппаратура вывода оказалась достаточно простой и надежной в работе с пучком.

Экспериментальные данные и эксплуатация системы

Начиная с 2005 г. был накоплен большой опыт работы с системой шумового наведения в режиме пробной эксплуатации. Собран значительный объем экспериментальной информации. Отработаны методики настройки системы. Подготовлена и прошла апробацию инструкция для оперативного персонала.

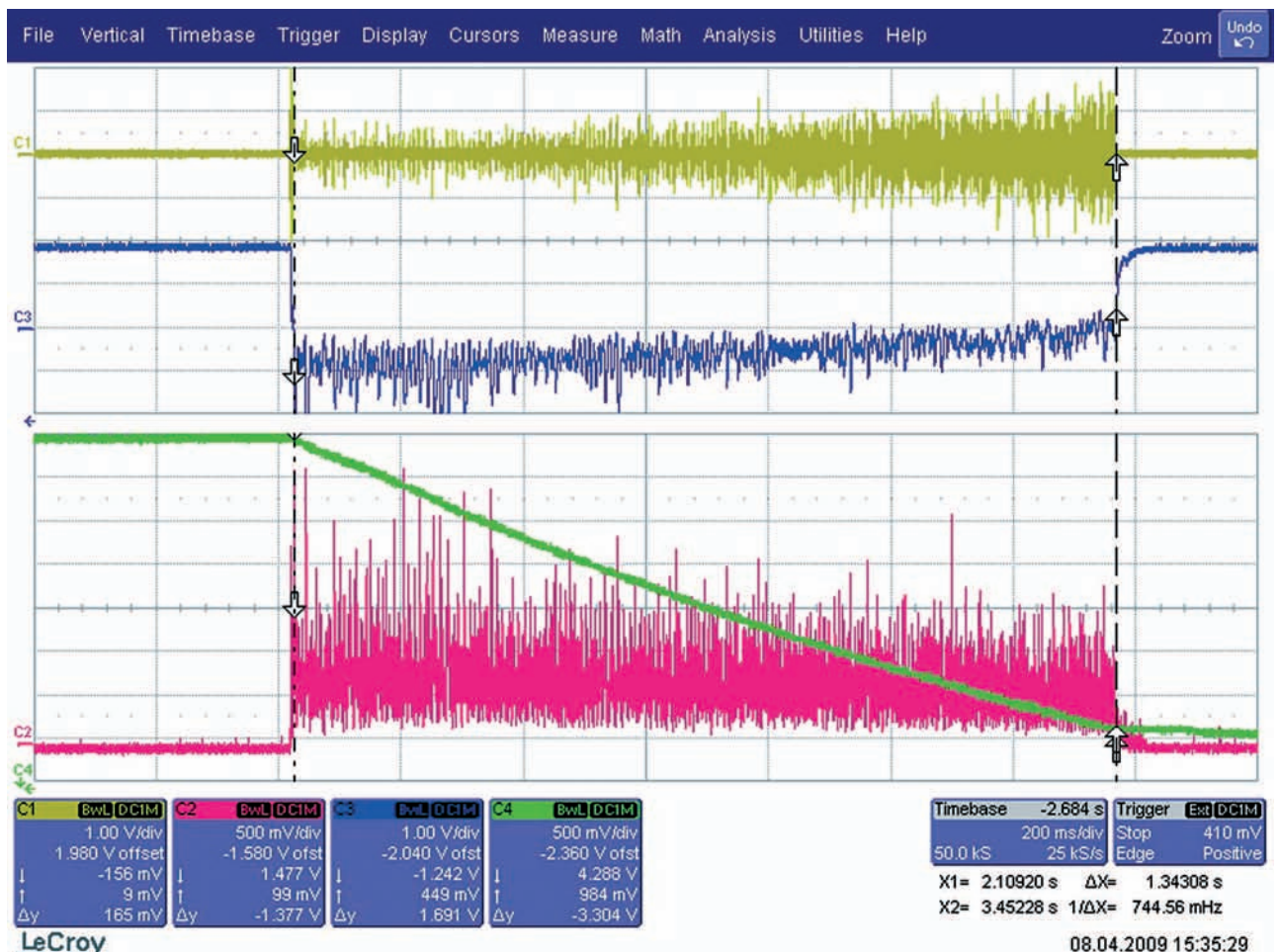


Рис. 25. Экспериментальные осциллограммы режима стохастического вывода из У-70.

С 2008 г. стохастический вывод пучка находится в эксплуатационном режиме.

В качестве примера здесь показаны результаты, полученные в ходе последнего, весеннего (2009 г.) сеанса работы У-70. Они представляют текущее состояние дел и неплохо иллюстрируют достигнутое понимание особенностей функционирования системы.

На Рис. 25 показаны экспериментальные осциллограммы. Длительность стохастического вывода 1.35 с. Выведено 78% частиц. Лучи сверху вниз:

(оливковый):	Сигнал шума наведения, модулированный по амплитуде (мощности).
(синий):	Суммарный сигнал обратной связи (по постоянной и переменной составляющим сброса), модулирующий амплитуду шума.
(зеленый):	Интенсивность циркулирующего пучка, ожидающего вывода, измеренная с помощью индукционного датчика тока.
(малиновый):	Технологический сигнал тока выведенного пучка, измеренный с помощью монитора-106 вторичных частиц.

Цифровые данные лучей осциллограмм Рис. 25 используются для пост-обработки и получения дополнительной информации о ходе вывода.

Сглаженная огибающая квадрата случайного сигнала, показанного на верхнем луче осциллограммы Рис. 25, пропорциональна мощности шума и, следовательно, фактору наведения $G(t)$. Его график приведен на Рис. 26. Это результат низкочастотной фильтрации квадрата сигнала шума в полосе 0–10 Гц (–3 дБ). Ход кривой соответствует расчетной форме закона наведения, построенной на нижнем графике Рис. 21. Глубина модуляции по мощности $\max G/\min G=15$.

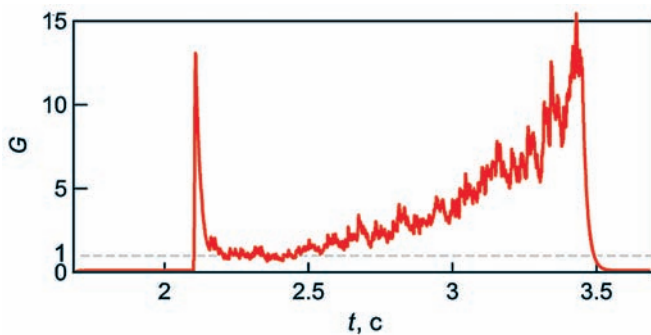


Рис. 26. Фактор форсирования мощности шума при выводе.

На Рис. 27 показан сигнал сброса с наложенным на него графиком низкочастотной составляющей. Она выделена из первичного сигнала $\Phi(t)$, пораженного пульсациями, путем его фильтрации через ФНЧ 1-го порядка – интегрирующую цепь с частотой среза 10 Гц (–3 дБ). (Помимо своего знака, этот график отличается от синего луча на Рис. 25 только более низкой частотой среза низкочастотной фильтрации при обработке сигнала $\Phi(t)$, 10 и 50 Гц соответственно.)

Видно, что процедура настройки данного сброса была выполнена не до конца – наблюдается небольшой спад плоской вершины импульса. Более аккуратный выбор параметров цепи обратной связи такой наклон устраняет.

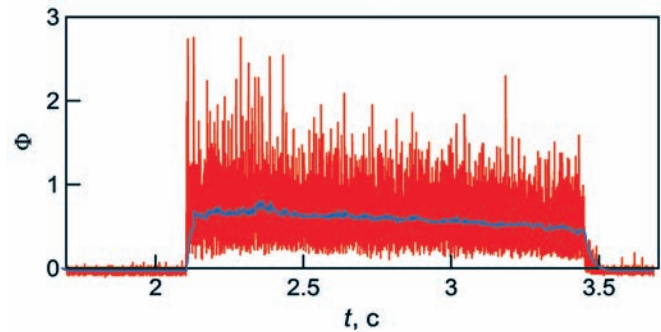


Рис. 27. Сигнал тока выведенного пучка.

Сигнал сброса $\Phi(t)$ (Рис. 25, Рис. 27) имеет хорошую временную структуру. В нем мала переменная составляющая и отсутствуют пульсационные отсечки потока выводимых частиц.

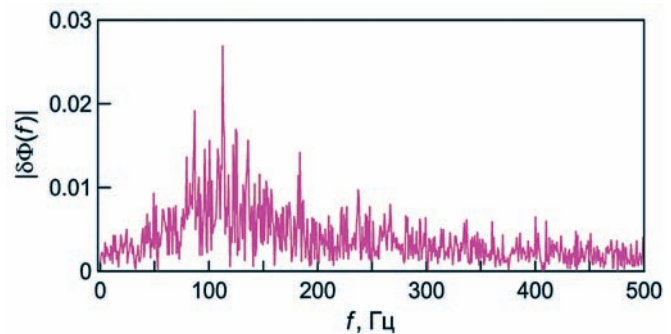


Рис. 28. Амплитудный спектр пульсаций вывода.

Амплитудный Фурье-спектр пульсаций приведен на Рис. 28. Спектр не содержит выраженных когерентных сетевых гармоник, кратных частоте 50 Гц, и проходит на уровне примерно – (40–45) дБ по отношению к постоянной составляющей сигнала сброса. Низкочастотная часть спектра (10–100 Гц) подавлена из-за действия цепи обратной связи по переменному сигналу. Нетривиальная (регулярная) часть спектра пульсаций простирается примерно до 250–300 Гц. Далее спектр пульсаций равномерный (плоский), больше похожий на спектр белого шума.

Форма импульсов вывода хорошо повторяется в разных циклах ускорения. Это объясняется работой сильной стабилизирующей обратной связи и «стиранием памяти пучка» о предыстории ускорения в данном магнитном цикле благодаря фоновому (кондиционирующему) действию рабочего шума наведения. Он сглаживает импульсный профиль пучка, ожидающего вывода.

Попытки расширить полосу пропускания электроники цепи обратной связи до 500 Гц и выше, чтобы уменьшить пульсации, не привели к какому-либо позитивному результату. Оказалось, что передаточная функция резонанса вывода ведет себя как достаточно узкополосное звено. Именно оно ограничивает полосу совокупного коэффициента усиления $K\Phi_0$ (55) вдоль замкнутого контура обратной связи.

Причина – нелинейная динамика частиц в резонансе, приводящая к потере (размытию) мелкомасштабной модуляционной когерентной структуры фазового портрета выводимого пучка.

На Рис. 29 приведена гистограмма плотности распределения пульсационных выбросов относительно низкочастотной составляющей сброса (синей кривой на Рис. 27). В ней аккумулировано $3.3 \cdot 10^4$ отсчетов $\Phi(t)$. Статистический вес больших положительных выбросов мал. Например, в области $\delta\Phi/\Phi \geq 2$ оказывается всего 2.6% отсчетов, а в $\delta\Phi/\Phi \leq 0.5$ – 6.1%. Асимметрия координат основания гистограммы относительно центральной точки $\delta\Phi/\Phi = 1$ (математического ожидания) соответствует начальной части графика на Рис. 5. Физические причины такого поведения понятны из комментариев к последнему рисунку.

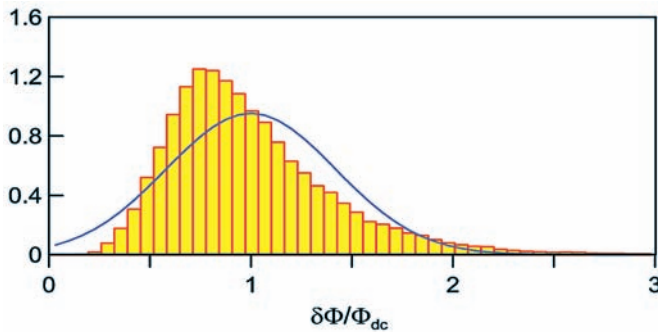


Рис. 29. Гистограмма плотности распределения пульсационных выбросов.

Качество медленного вывода с прямоугольным сбросом иногда принято характеризовать числовым фактором $F \leq 1$, определяемым как

$$F = \langle \Phi(t) \rangle^2 / \langle \Phi(t)^2 \rangle, \quad (58)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по t на отрезке $[0; t_A]$. Это т. н. "duty factor of a spill" [4], [11]. Сбросы считаются хорошими при $F \geq 2/3$. Число $2/3$ соответствует прямоугольному сбросу с монохроматической гармонической пульсацией, находящемуся на грани появления отсечек вывода, смотри Рис. 30.

Для сброса, показанного на Рис. 27, $F = 0.85 > 2/3 = 0.67$. Это также свидетельствует о хорошем качестве шумового вывода из У-70. Кстати, величина $\sigma^2 = 1/F - 1 = 0.18$ является дисперсией распределения, гистограмма которого приведена на Рис. 29.

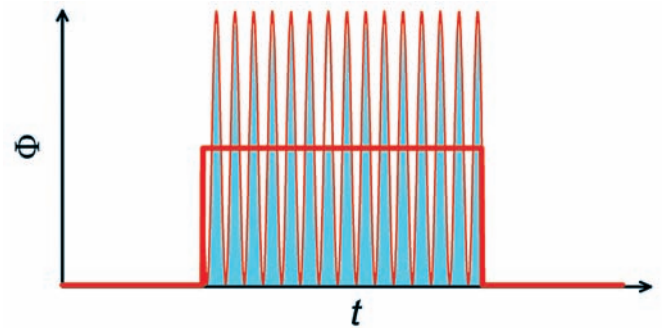


Рис. 30. Модельный сброс с $F=2/3$.

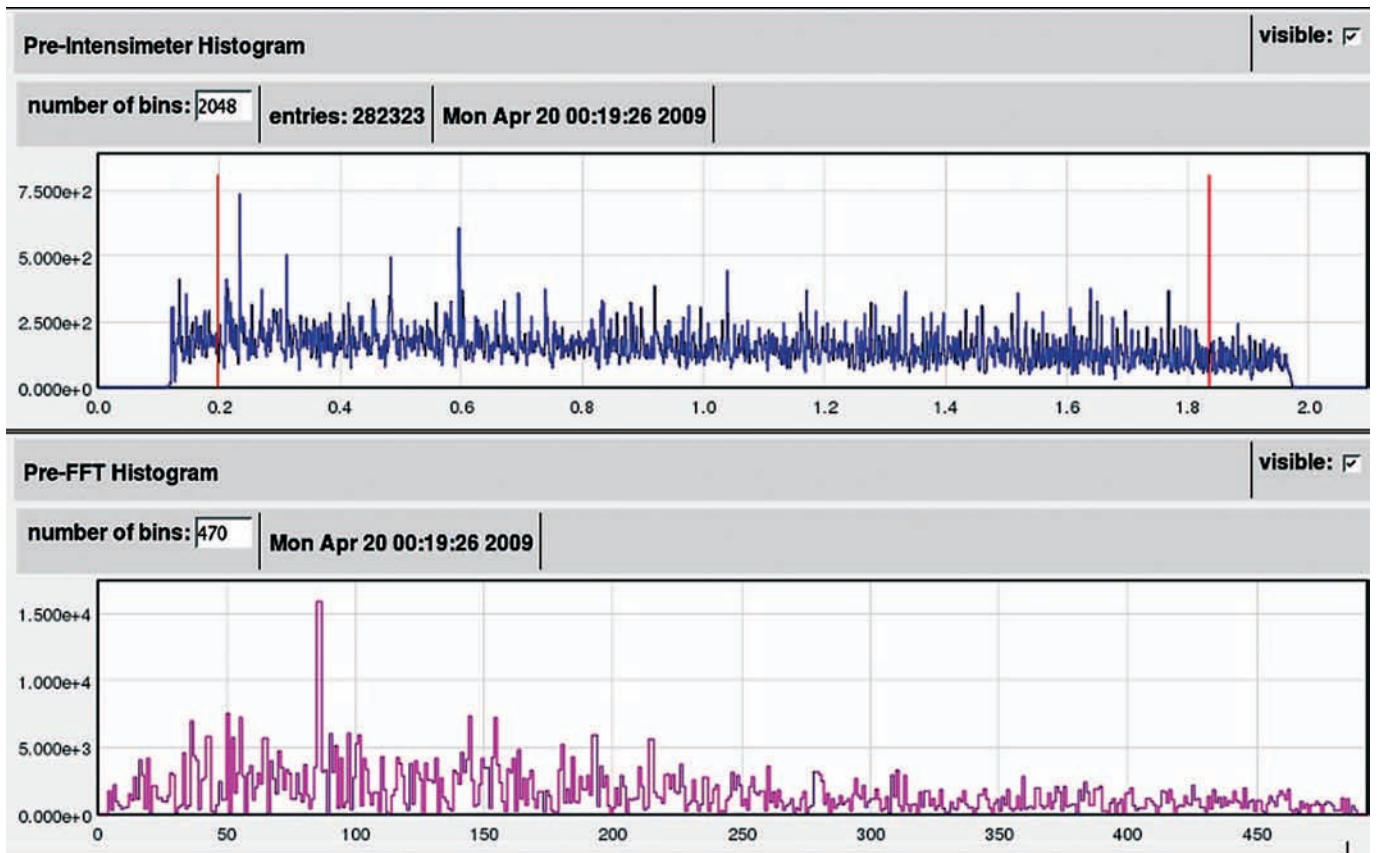


Рис. 31. Данные о стохастическом выводе на экспериментальную установку ОКА. Весенний (2009 г.) сеанс У-70. Сигнал сброса $\Phi(t)$ (вверху) и амплитудный спектр пульсаций вывода $|\delta\Phi(f)|$ (внизу).

(Там для сравнения показана функция Гаусса с теми же дисперсией и математическим ожиданием.)

Данные о выводе, регистрируемые системами диагностики У-70, соответствуют информации, получаемой с экспериментальной установки ОКА, на которую он работает в настоящее время. Пример таких независимых наблюдений, предоставленный участниками этого физического эксперимента, показан на Рис. 31. Он хорошо согласуется с осциллограммами на Рис. 27, Рис. 28.

Это сравнение особенно интересно в методическом плане. Дело в том, что технологический сигнал вывода (Рис. 27, Рис. 28) измеряется с помощью монитора-106 вторичных частиц. Он пропорционален сопутствующим потерям частиц из *гало* выводимой фракции пучка на перегородке дефлектора ЭД106. Напротив, на Рис. 31 показан сигнал из *ядра* медленно выведенного пучка, дошедшего до мишени физической установки. Отрадно, что системы диагностики ускорителя достоверно отображают качество конечного продукта.

Обратим внимание, что в конце весеннего (2009 г.) сеанса У-70 длительность стохастического вывода была увеличена до 1.85 с (смотри ось ординат на верхнем графике Рис. 31), а интенсивность выведенного пучка поднималась до $9.5 \cdot 10^{12}$ протонов в импульсе (энергия 50 ГэВ). В этих условиях стохастический вывод уверенно отработал на пробный набор статистики и показал, что он готов к дальнейшей работе в крейсерском режиме.

Заключение

Система стохастического (шумового) медленного вывода пучка из протонного синхротрона У-70 является новой высокотехнологичной разработкой, выполненной и внедренной в ГНЦ ИФВЭ в 2004–2009 годах. Работы прошли полный цикл от подготовки и обсуждения физического обоснования [12], [13] до разработки и изготовления электроники, экспериментов с пучком [14], [15] и перевода системы в режим эксплуатации. Система полностью соответствует потребностям и возможностям ускорителя. Успешно подтверждена достижимость целей, поставленных ранее, – увеличения длительности медленного вывода и уменьшения его пульсаций. Отныне растяжка медленного вывода определяется только длительностью верхнего плато магнитного поля и разрешенным временем работы электростатического (ЭД106) и магнитных (ОМ24, 26) дефлекторов трассы вывода (до 3.5 с для 50 ГэВ).

Система стохастического вывода заметно расширяет функциональные возможности использования пучка У-70 для экспериментальных исследований по физике высоких энергий.

Литература

- 1 А. Г. Афонин. Исследование и использование изогнутых кристаллов в ИФВЭ. Новости и проблемы фундаментальной физики. Специальный выпуск. ИФВЭ, Протвино, 2007, стр. 12–16.
- 2 S. van der Meer. Stochastic Extraction, a Low-Ripple Version of Resonant Extraction. CERN/PS/AA Note 78–6, March 1978.
- 3 С. ван дер Меер. Стохастическое охлаждение и накопление антипротонов. УФН, том 47, вып. 2, октябрь 1985, с. 404–420.
- 4 R. Capii, W. Hardt, Ch. Steinbach. Ultraslow Extraction with Good Quality Factor. – In: Proceed. of the 11th Intern. Conf. on High-Energy Accelerators. – Geneva, July 1980, pp. 335–340.
- 5 G. Molinari, H. Mulder. The Improved Ultra Slow Extraction Noise System at LEAR. – In: Proceed. of the 4th EPAC-94 – London, July 1994, vol. 3, pp. 2376–2378.
- 6 Ю. С. Федотов. Автореферат ИФВЭ 2004–29 (д. ф.-м. н.) – Протвино, 2004.
- 7 У. М. Сиберт. Цепи, сигналы, системы: В 2-х ч. Пер. с англ. – М.: Мир, 1988.
- 8 С. В. Иванов. Продольная диффузия сгустка протонов под действием внешнего шума. Препринт ИФВЭ 92–43. Протвино, 1992.
- 9 С. В. Иванов. Продольная диффузия сгустка протонов под действием внешнего шума (широкополосный шум). Препринт ИФВЭ 93–14. Протвино, 1993.
- 10 С. В. Иванов. Автореферат ИФВЭ 2006–6 (д. ф.-м. н.) – Протвино, 2006.
- 11 P. J. Bryant. Slow Extraction. – In: Handbook of Accelerator Physics and Engineering / A. W. Chao and M. Tigner (editors). – World Scientific, 1999, pp. 289–291.
- 12 С. В. Иванов, О. П. Лебедев. Исследование возможности стохастического медленного вывода пучка из синхротрона У-70. Препринт ИФВЭ 2004–22. Протвино, 2004.
- 13 С. В. Иванов, О. П. Лебедев. A Stochastic Slow Extraction Scheme for U70 Synchrotron. Труды 19-го Всероссийского совещания по ускорителям RUPAC–2004. Дубна, 2004, с. 192–194.
- 14 С. В. Иванов, О. П. Лебедев. Экспериментальное исследование режима стохастического медленного вывода пучка из синхротрона У-70. Приборы и техника эксперимента, 2006, №2, с. 2–19.
- 15 С. В. Иванов, О. П. Лебедев. Цепь обратной связи для стохастического вывода протонов из синхротрона ИФВЭ. Разработка и эксперименты на пучке. Приборы и техника эксперимента, 2006, №6, с. 15–28. Препринт ИФВЭ ОУ У70 2006 – 3, Протвино, 2006.



Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт физики высоких энергий

142281, г. Протвино
Московской области,
Площадь Науки, д. 1

www.ihep.ru

